



Приета: 11.02.2016 г.

Преработена: 24.02.2016 г.

Одобрена: 14.03.2016 г.

ВЛИЯНИЕ НА ОТНОСИТЕЛНАТА ВИСОЧИНА НА НАТИСКОВАТА ЗОНА ВЪРХУ ОТНОСИТЕЛНИЯ ОГЪВАЩ МОМЕНТ НА ПЛОЧОГРЕДОВИ СТОМАНОБЕТОННИ НАПРЕЧНИ СЕЧЕНИЯ С ЕДИНИЧНА ОПЪННА АРМИРОВКА

В. Кърджиев¹

Ключови думи: оразмеряване, огъване

РЕЗЮМЕ

Изследвано е влиянието на относителната височина на натисквата зона върху относителния огъващ момент на плочогредови напречни сечения с плоча в натисквата зона и единична опънна армировка, подложени на огъване без наличие на осови надлъжни сили. Приета е параболично-линейна работна диаграма на бетона в натисквата зона. Направено е сравнение с „традиционното” приемане на правоъгълна работна диаграма на бетона. Представени са таблични резултати за сравнение. Предложени са опростени методи за решение на такъв тип напречни сечения.

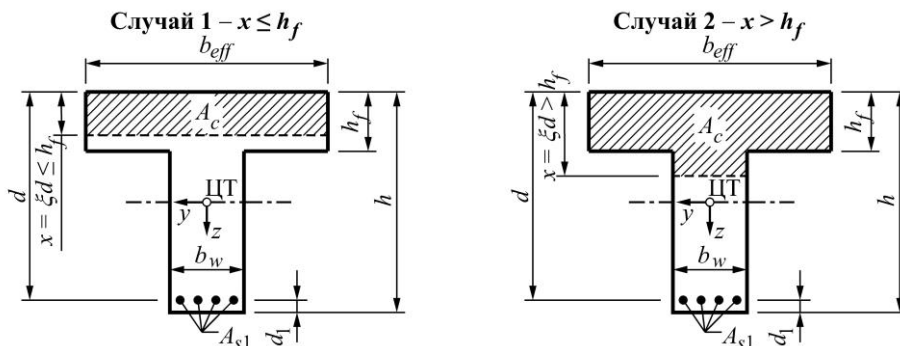
Въведение

Най-често в междуетажните конструкции стоманобетонните греди са монолитно свързани с плочите, образувайки плочогредови напречни сечения. Теорията на плочогредовите сечения с плоча в натисквата зона е напълно в духа на теорията за правоъгълно сечение – плюс допълнителна надстройка.

Традиционното решение на обратната задача при изследване на плочогредови напречни сечения на огъване е приемането на правоъгълна работна диаграма за бетона в натисквата зона. Това решение може да доведе до неточност в крайните резултати, тъй

¹ Васил Кърджиев, доц. д-р инж., кат. „Масивни конструкции”, УАСГ, ул. „Хр. Смирненски” № 1, 1046 София, e-mail: kardjiev@mail.bg

като при ниска височина на натисквата зона в зоната на плочата и при нулева линия в реброто, когато тя е близко до долния ръб на плочата, не може да се разчита изцяло на цялата площ на правоъгълната диаграма.



Фиг. 1. Разположение на нулевата линия при крайно гранично състояние при плочогредово напречно сечение, армирано с единична армировка

При едно плочогредово стоманобетонно сечение, армирано само в опънната зона (фиг. 1), в зависимост от височината на натисквата зона са възможни два отделни случая

- нулевата линия попада в плочата: $x \leq h_f$ или $\xi \leq h_f/d$,
- нулевата линия попада в реброто: $x > h_f$ или $\xi > h_f/d$.

Случай 1 – нулева линия, попадаща в плочата – $\xi \leq h_f/d$

Както се вижда от фиг. 1, сечението формално може да се разглежда като правоъгълно – бетонът в опънната зона се изключва от работа, а в натисквата зона приемането на правоъгълна работна диаграма няма да доведе до значителна грешка. За изчисляването на този случай се използва изцяло апарата за правоъгълно сечение с единична армировка, като в съответните изрази, широчината на сечението b се приеме равна на ширината на фланша b_{eff} , т.е. $b = b_{eff}$.

Реално в случай 1 имаме два подслучая:

Случай 1a – деформацията в най-натиснатото бетонно влакно е по-малка от граничната – $|\varepsilon_{c,sup}| < |\varepsilon_{cu2}|$.

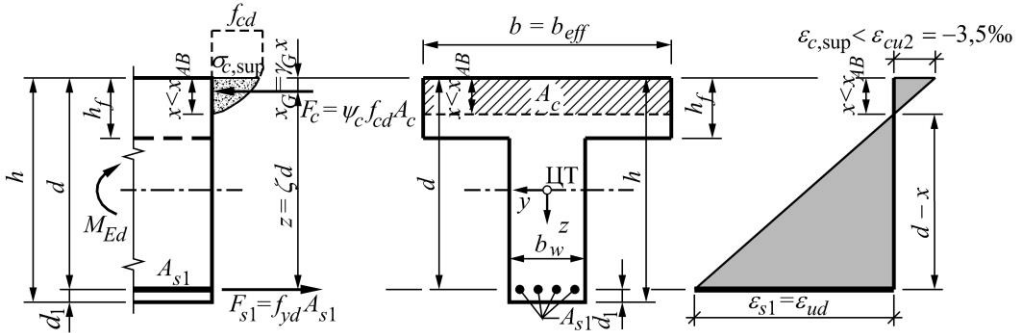
В този случай е необходимо да се наложи и ограничение на деформациите в опънната армировка $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$, дори и в случая на работна диаграма на армировъчната стомана с хоризонтален горен клон, за да може да се организира прехода от разрушение откъм бетона към разрушение откъм армировката.

Този случай се получава при относителна височина на натисквата зона $\xi = xd$, по-малка от граничната ξ_{AB} при линия АВ от граничните деформации в сечението:

$$\xi < \xi_{AB} = \frac{x_{AB}}{d} = \frac{|\varepsilon_{cu2}|}{|\varepsilon_{cu2}| + \varepsilon_{ud}} = \frac{|\varepsilon_{cu2}|}{|\varepsilon_{cu2}| + 0,9\varepsilon_{uk}}. \quad (1)$$

За класове бетон $\leq C50/60$ граничната натискава деформация е $\varepsilon_{cu2} = -3,5\%$, а граничната деформация в опънната армировка зависи от класа на дуктилност на армировъчната стомана и е $\varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk} = 0,9 \cdot 25 = 22,5\%$ за клас на дуктилност А; $\varepsilon_{ud} = 0,9 \cdot 50 = 45\%$ за клас В и $\varepsilon_{ud} = 0,9 \cdot 75 = 67,5\%$ за клас С.

Следователно граничната относителна височина на натисквата зона в зависимост от класа на дуктилност на армировъчната стомана се получава: за клас А – $\xi_{AB} = 0,135$; за клас В – $\xi_{AB} = 0,072$ и за клас С – $\xi_{AB} = 0,049$.



Фиг. 2. Еластична работа на бетона в натисквата зона

При $\xi < \xi_{AB}$ натисквата зона на бетона включва само част от квадратната парабола и в зависимост от деформацията на най-силно натиснатото бетонно влакно $\varepsilon_{c,sup}$, съгласно добре познатите формули, предложени от Н. Rüsч [2], може да се получат коефициентите за пълнота на натисквата зона ψ_c и разстоянието до центъра на тежестта γ_G – фиг. 2:

$$\psi_c = \frac{|\varepsilon_{c,sup}|(6 - |\varepsilon_{c,sup}|)}{12} \quad \text{при} \quad |\varepsilon_{c,sup}| < 2,0\% , \quad (2)$$

$$\psi_c = \frac{3|\varepsilon_{c,sup}| - 2}{|\varepsilon_{c,sup}|} \quad \text{при} \quad 3,5\% \geq |\varepsilon_{c,sup}| \geq 2,0\% , \quad (3)$$

$$\gamma_G = \frac{(8 - |\varepsilon_{c,sup}|)}{4(6 - |\varepsilon_{c,sup}|)} \quad \text{при} \quad |\varepsilon_{c,sup}| < 2,0\% , \quad (4)$$

$$\gamma_G = \frac{|\varepsilon_{c,sup}|(3|\varepsilon_{c,sup}| - 4) + 2}{2|\varepsilon_{c,sup}|(3|\varepsilon_{c,sup}| - 2)} \quad \text{при} \quad 3,5\% \geq |\varepsilon_{c,sup}| \geq 2,0\% . \quad (5)$$

където $\varepsilon_{c,sup} = -x\varepsilon_{ud}/(d-x) = -\xi\varepsilon_{ud}/(1-\xi)$ е деформацията в най-натиснатото бетонно влакно при деформация в опънната армировка $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$.

В този случай равновесното условие за огъващите моменти добива вида

$$\sum M = 0; \quad M_{Ed} = F_c z = \psi_c \sigma_{c,sup} b_{eff} d^2 \xi (1 - \gamma_G \xi), \quad (6)$$

където $\sigma_{c,sup} = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \varepsilon_{c,sup} / \varepsilon_{cu2} \right)^2 \right]$ е напрежението в най-натиснатото бетонно влакно за бетон клас $\leq C50/60$.

Откъдето за относителния огъващ момент, във функция на относителната височина на натисквата зона, се получава следната зависимост:

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b_{eff} d^2 f_{cd}} = \psi_c \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\xi \varepsilon_{ud}}{(1-\xi) \varepsilon_{cu2}} \right]^2 \right\} \xi (1 - \gamma_G \xi). \quad (7)$$

Случай 1b – деформацията в най-натиснатото бетонно влакно е равна на граничната – $\varepsilon_{c,sup} = \varepsilon_{cu2} = -3,5\%$.

В този случай имаме пълна параболично-линейна работна диаграма за бетона в натисквата зона и коефициента на пълнота ψ_c и разстоянието до центъра на тежестта γ_G имат константни стойности:

$$\psi_c = \frac{3|\varepsilon_{cu2}| - 2}{3|\varepsilon_{cu2}|} = 0,810 \quad \text{и} \quad \gamma_G = \frac{|\varepsilon_{cu2}| (3|\varepsilon_{cu2}| - 4) + 2}{2|\varepsilon_{cu2}| (3|\varepsilon_{cu2}| - 2)} = 0,416. \quad (8)$$

Равновесното условие за огъващите моменти, спрямо опънната армировка е

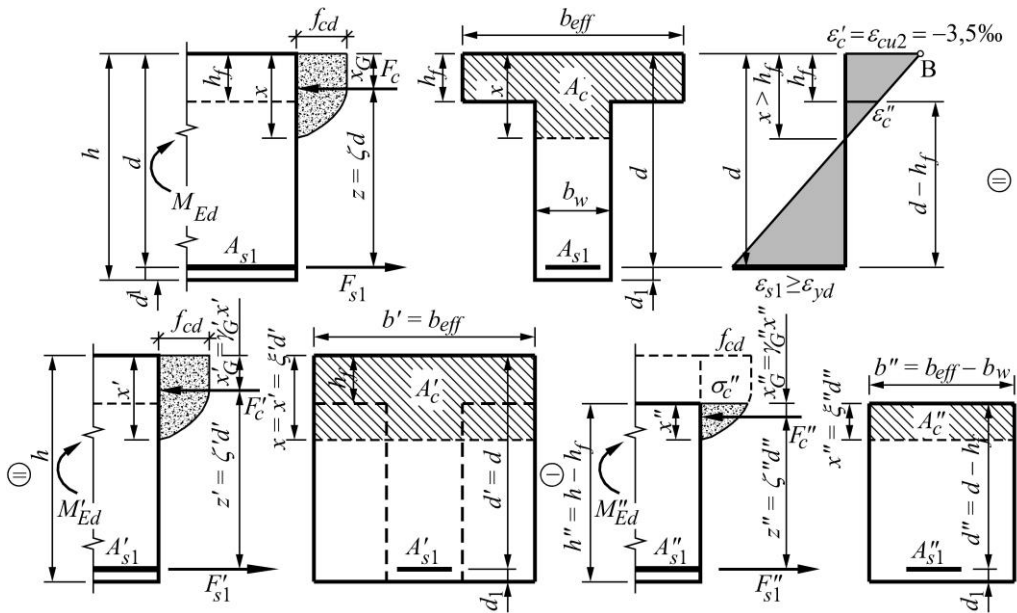
$$\sum M = 0; \quad M_{Ed} = F_c z = \psi_c f_{cd} b_{eff} d^2 \xi (1 - \gamma_G \xi). \quad (9)$$

Откъдето относителния огъващ момент се получава:

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b_{eff} d^2 f_{cd}} = \psi_c \xi (1 - \gamma_G \xi) = 0,810 \xi (1 - 0,416 \xi). \quad (10)$$

Втори случай – нулева линия, попадаща в реброто – $\xi > h_f / d$

За удобство T-образната натисква зона се разглежда като резултат от изваждането на две правоъгълни сечения – едното с натисква зона $x' = x$, ширина $b' = b_{eff}$ и полезна височина $d' = d$ и друго с натисква зона $x'' = x' - h_f = x - h_f$, ширина $b'' = b_{eff} - b_w$ и полезна височина $d'' = d' - h_f = d - h_f$ – фиг. 3.



Фиг. 3. Опротягване на плочогредово сечение при натискава зона в реброто

В този случай имаме пълна параболично-линейна работна диаграма на бетона в натисковата зона и съответните равнотежници на усилията в нея и рамената на вътрешните сили за двете сечения са

$$F'_c = \psi'_c f_{cd} b' d' \xi' = \psi'_c f_{cd} b_{eff} d \xi \quad \text{и} \quad z' = d' (1 - \gamma'_G \xi') = d (1 - \gamma'_G \xi), \quad (11)$$

$$F''_c = \psi''_c \sigma''_c b'' d'' \xi'' = \psi''_c \sigma''_c (b_{eff} - b_w) d'' \xi'' \quad \text{и} \quad z'' = d'' (1 - \gamma''_G \xi''). \quad (12)$$

където ψ'_c и γ'_G са коефициентите за пълнота на натисковата зона и разстоянието до центъра на тежестта ѝ за първото правоъгълно сечение, които в повечето случаи може да се приеме, че имаме налична пълна параболично-линейна работна диаграма на бетона в натисковата зона и следователно са с константи стойности;

$\xi' = \xi$ е относителната височина на натисковата зона за първото сечение;

ψ''_c и γ''_G са коефициентите за пълнота на натисковата зона и разстоянието до центъра на тежестта ѝ за второто правоъгълно сечение, които може да се приемат по формули, като $\varepsilon_{c,sup}$ се замести с големината на деформацията на бетона ε''_c на ниво долен ръб на плочата,

$\sigma''_c = f_{cd}$ при $|\varepsilon_{c2}| = 2\text{‰} < |\varepsilon''_c| \leq |\varepsilon_{cu2}| = 3,5\text{‰}$ и $\sigma''_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \varepsilon''_c / \varepsilon_{cu2} \right)^2 \right]$ при $|\varepsilon''_c| \leq |\varepsilon_{c2}| = 2,0\text{‰}$ е напрежението в бетонното влакно на ниво долен ръб на плочата за класове бетон $\leq C50/60$;

$\varepsilon''_c = \varepsilon_{cu2} (\xi' - h_f / d) / \xi' = -3,5 |(\xi - h_f / d) / \xi|$ е деформацията в бетонното влакно на ниво долен ръб на плочата за класове бетон $\leq C50/60$;

$d'' = d - h_f$ е полезната височина на сечението за участъка под долния ръб на плочата.

ξ'' е относителната височина на натисковата зона за второто сечение, която във функция на относителната височина на цялото сечение се получава по формулата:

$$\xi'' = \frac{x''}{d''} = \frac{x' - h_f}{d' - h_f} = \frac{\xi' d' - h_f}{d' - h_f} = \frac{\xi - h_f/d}{1 - h_f/d}. \quad (13)$$

Равновесното условие за огъващите моменти, записано за центъра на тежестта на опънната армировка, е

$$\begin{aligned} \sum M = 0; M_{Ed} &= M'_{Ed} - M''_{Ed} = F'_c z' - F''_c z'' = \\ &= \psi'_c f_{cd} b_{eff} d^2 \xi (1 - \gamma_G \xi) - \psi''_c \sigma_c'' d^2 b_{eff} \left(1 - \frac{b_w}{b_{eff}}\right) \xi'' (1 - h_f/d)^2 (1 - \gamma_G'' \xi''). \end{aligned} \quad (14)$$

Откъдето относителния огъващ момент се получава:

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b_{eff} d^2 f_{cd}} = \psi'_c \xi (1 - \gamma_G \xi) - \psi''_c \frac{\sigma_c''}{f_{cd}} \left(1 - \frac{b_w}{b_{eff}}\right) \left(1 - \frac{h_f}{d}\right)^2 \xi'' (1 - \gamma_G'' \xi''). \quad (15)$$

Не трябва да се забравя, че относителната височина на натисковата зона трябва да се ограничава за да не се получи крехко разрушение на сечението преди в армировката да е достигната границата ѝ на провлачване. Тази височина се означава като ξ_{lim} и нейната стойност се определя при деформация в опънната армировка, равна на деформацията при достигане на границата на провлачване, т.е. $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{yd}$:

$$\xi_{lim} = \left(\frac{x}{d}\right)_{lim} = \frac{|\varepsilon_{cu2}|}{|\varepsilon_{cu2}| + \varepsilon_{s1}} = \frac{|-3,5|}{|-3,5| + \varepsilon_{yd}}. \quad (16)$$

А при пластичен анализ в зоните на пластичните стави относителната височина се ограничава до $\xi_{bal} = 0,45$.

При приемане на правоъгълна работна диаграма за бетона в натисковата зона се ползват познатите формули за големината на относителния огъващ момент $m_{r,Ed}$:

$$m_{r,Ed} = \frac{M_{Ed}}{b_{eff} d^2 f_{cd}} = 0,8 \xi (1 - 0,4 \xi) \quad \text{при} \quad \xi \leq 1,25 h_f/d, \quad (17a)$$

$$m_{r,Ed} = \frac{0,8 \xi (1 - 0,4 \xi) + \left(\frac{b_{eff}}{b_w} - 1\right) (1 - 0,5 h_f/d) h_f/d}{b_{eff}/b_w} \quad \text{при} \quad \xi > 1,25 h_f/d. \quad (17b)$$

Влиянието на големината на относителната височина на натисковата зона ξ върху големината на относителния огъващ момент m_{Ed} , при приемане на параболично-линейна и правоъгълна работна диаграма за бетона в натисковата зона за различни

стойности на отношенията h_f/d и b_{eff}/b_w може да се види от табл. 1. Армировъчната стомана е приета с клас на дуктилност А и $\varepsilon_{ud} = 22,5\%$.

Таблица 1. Относителен огъващ момент във функция на относителната височина на натисквата зона, при правоъгълна и параболично-линейна работна диаграма на бетона в натисквата зона, за плочогредови напречни сечения

ξ	$h_f/d = 0,10$								$h_f/d = 0,20$							
	$b_{eff}/b_w = 2,5$		$b_{eff}/b_w = 5$		$b_{eff}/b_w = 7,5$		$b_{eff}/b_w = 10$		$b_{eff}/b_w = 2,5$		$b_{eff}/b_w = 5$		$b_{eff}/b_w = 7,5$		$b_{eff}/b_w = 10$	
	$m_{r,Ed}$	m_{Ed}	$m_{r,Ed}$	m_{Ed}	$m_{r,Ed}$	m_{Ed}	$m_{r,Ed}$	m_{Ed}	$m_{r,Ed}$	m_{Ed}	$m_{r,Ed}$	m_{Ed}	$m_{r,Ed}$	m_{Ed}	$m_{r,Ed}$	m_{Ed}
0,05	0,039	0,023	0,039	0,023	0,039	0,023	0,039	0,023	0,039	0,023	0,039	0,023	0,039	0,023	0,039	0,023
0,10	0,077	0,070	0,077	0,070	0,077	0,070	0,077	0,070	0,077	0,070	0,077	0,070	0,077	0,070	0,077	0,070
0,15	0,102	0,104	0,099	0,100	0,097	0,099	0,097	0,098	0,113	0,114	0,113	0,114	0,113	0,114	0,113	0,114
0,20	0,116	0,117	0,105	0,106	0,102	0,103	0,100	0,101	0,147	0,148	0,147	0,148	0,147	0,148	0,147	0,148
0,25	0,129	0,130	0,112	0,112	0,106	0,107	0,104	0,104	0,180	0,177	0,180	0,176	0,180	0,175	0,180	0,175
0,30	0,141	0,142	0,118	0,119	0,110	0,111	0,107	0,107	0,192	0,195	0,186	0,189	0,184	0,187	0,183	0,186
0,35	0,153	0,154	0,124	0,124	0,114	0,115	0,110	0,110	0,204	0,207	0,192	0,195	0,188	0,191	0,186	0,189
0,40	0,165	0,165	0,130	0,130	0,118	0,118	0,112	0,112	0,216	0,217	0,198	0,199	0,192	0,193	0,189	0,190
0,45	0,175	0,175	0,135	0,135	0,122	0,122	0,115	0,115	0,226	0,226	0,203	0,203	0,195	0,196	0,192	0,192
0,50	0,185	0,185	0,140	0,140	0,125	0,125	0,118	0,118	0,236	0,236	0,208	0,208	0,199	0,199	0,194	0,194
0,55	0,194	0,194	0,145	0,145	0,128	0,128	0,120	0,120	0,245	0,245	0,213	0,213	0,202	0,202	0,196	0,196
0,55	0,203	0,203	0,149	0,149	0,131	0,131	0,122	0,122	0,254	0,254	0,217	0,217	0,205	0,205	0,198	0,198

Процедурата по отношение на точното решение на такива сечения при приемане на параболично-линейна диаграма е твърде трудоемко и на практика се прилага предимно за автоматизирани решения в параметричен вид с цел съставяне на таблици и графики. Вижда се, че едните разлики са в зоната при малките височини на натисквата зона, където относителната височина на натисквата зона е ограничена от минималното количество на опънатата армировка и за практически цели тази разлика не е съществена. А другите са при височина на натисквата близка до долния ръб на плочата. В този случай може да се предложат следните приблизителни решения.

- При относително широко съдействие ($b_{eff}/b_w \geq 5$) плочата участва с голяма площ и натисквата зона, обикновено, е с малка височина (въпреки, че $\xi > h_f/d$).

В този случай може да се допуснат следните опростявания – фиг. 4:

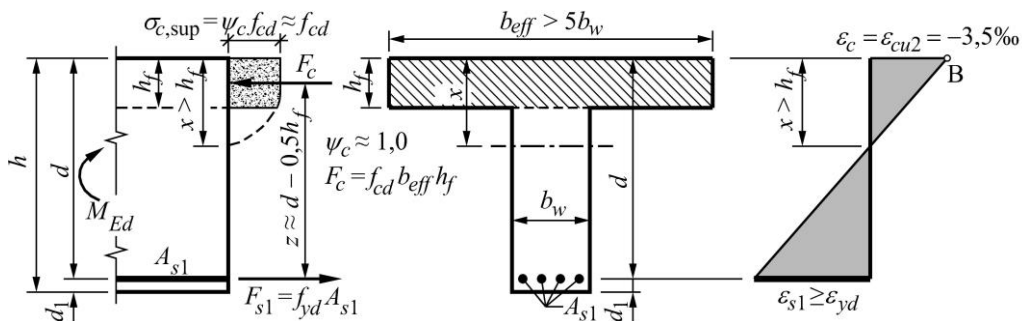
- пренебрегва се действащия малък натиск в реброто под плочата;
- в плочата се приема равномерно разпределение на натисквите напрежения, за които може да се допусне относително висока гранична стойност на коефициента на пълнота – $\psi_c \approx 1,0$ (за сметка на работата на бетона в реброто, която е пренебрегната), при което рамото на вътрешните сили е $z \approx d - 0,5h_f$;

– това опростяване е допустимо да се прилага при спазване на условието

$$M_{Ed} \leq \max M_{Ed,f} = F_c z \approx f_{cd} b_{eff} h_f (d - 0,5h_f); \quad (18)$$

– относителния огъващ момент в този случай се получава

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b_{eff} d^2 f_{cd}} = \frac{h_f}{d} \left(1 - 0,4 \frac{h_f}{d} \right). \quad (19)$$



Фиг. 4. Опростено решение при относително голяма широчина на плочата

• При малко съдействие ($b_{eff}/b_w < 5$) натисквата зона е с голяма височина. В този случай е възможно да се изчисли по-голяма носимоспособност на огъване в сравнение с (18), ако се отчете и работата на реброто. Тогава обаче е необходимо диаграмата на напреженията в плочата да се приеме с реалистичната пълнота, чрез коефициента ψ_c . Тъй като плочата е изцяло натисната, за средните ѝ деформации трябва да се приеме ограничението $\epsilon_{c2} = 2,0\%$. Така за реброто и за плочата извън него се приемат различни линии на разпределение на деформациите, които са с обща точка на нивото на опънатата армировка – фиг. 5. На тази база може да се приеме следното опростяване на процедурата:

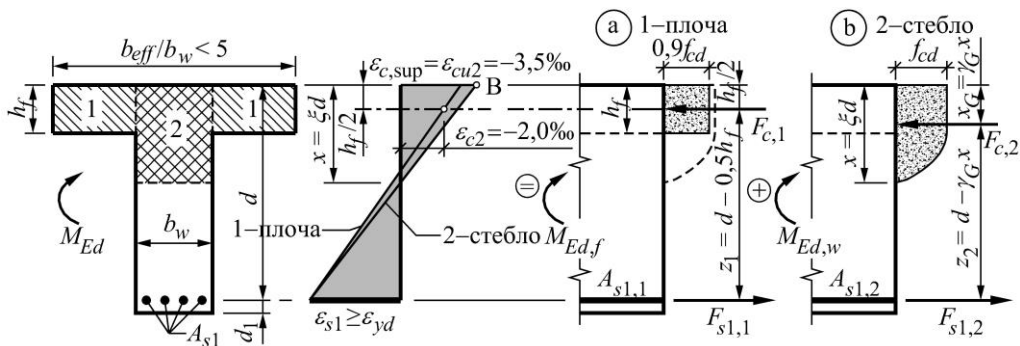
- средна стойност на напреженията в плочата $\sigma_{c1,sup} = 0,9 f_{cd}$ (т.е. приемане на коефициент за пълнота $\psi_{c,f} \approx 0,9$);
- с плочата се поема огъващ момент

$$M_{Ed,f} = F_{c1} z_1 = 0,9 f_{cd} (b_{eff} - b_w) h_f (d - 0,5 h_f); \quad (20)$$

- максимална стойност на напреженията в реброто $\sigma_{c2,sup} = f_{cd}$;
- чрез реброто при правоъгълно напречно сечение трябва да се поеме оставащият огъващ момент

$$M_{Ed,w} = M_{Ed} - M_{Ed,f} = \psi_c f_{cd} b_w d^2 \xi (1 - \gamma_G \xi), \quad (21)$$

където $\psi_c = 0,810$ и $\gamma_G = 0,416$ са коефициентите за пълнота на натисквата зона и разстоянието до центъра на тежестта ѝ при пълна параболично-линейна работна диаграма на бетона в натисквата зона;



Фиг. 5. Опростено решение при относително малка ширина на плочата

– относителния огъващ момент в този случай се получава

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b_{eff} d^2 f_{cd}} = \frac{0,9(b_{eff}/b_w - 1)h_f/d(1 - 0,5h_f/d) + \psi_c \xi(1 - \gamma_G \xi)}{b_{eff}/b_w}. \quad (22)$$

Трябва да се има предвид, че плочата е с относително голяма площ и в обичайните приложни случаи нулевата линия на деформациите остава в рамките на нейната височина ($\xi < h_f/d$). Когато участието на реброто е съществено ($\xi \gg h_f/d$) натискщата зона е с голяма височина, натискът в плочата е също голям и ротационната способност на сеченията е силно редуцирана. Тези случаи трябва да се избягват, особено при статически неопределими системи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Русев, К. и колектив. Ръководство по Стоманобетон Еврокод 2. КИИП, София, 2013.
2. Leonhardt, Fr., Mönnig, E. Vorlesungen über Massivbau. Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbeton, Springer-Verlag, 1984.
3. Zabulionis D., Dulinkas E. Analysis of compression zone parameters of cross-section in flexural reinforced concrete members according to EC2 and STR 2.05.05. ISSN 1392-1207. Mechanika, 2008, Nr. 3 (71).
4. Casandjian Ch., Challamel, N., Lanos, Chr. and Hellesland, J. Reinforced Concrete Beams. Columns and Frames. Mechanics and design, ISTE & Willey, 2013.
5. Hellesland, J., Challamel, N., Casandjian, Ch. and Lanos, Chr. Reinforced Concrete Beams. Columns and Frames. Section and slender member analysis, ISTE & Willey, 2013.

INFLUENCE OF THE RELATIVE COMPRESSION ZONE DEPTH ON THE RELATIVE BENDING MOMENT OF T CROSS-SECTIONS WITH SINGLE TENSION REINFORCEMENT

V. Kardjiev¹

Keywords: design, bending

ABSTRACT

The influence of the relative compression zone depth on the relative bending moment in flexural reinforced concrete T cross-sections with slab in compression zone and tension reinforcement is analyzed. A parabola-linear stress diagram is used for the analysis and it is compared with the traditional rectangular stress diagram in table view. Simplified methods for designing that kind of sections are suggested.

¹ Vasil Kardjiev, Assoc. Prof. Dr. Eng., Dept. "Reinforced Concrete Structures", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: kardjiev@mail.bg