



Получена: 20.03.2017 г.

Приета: 24.04.2017 г.

ХАРАКТЕР НА ИЗМЕНЕНИЕТО НА ВЕРТИКАЛНОТО НАТОВАРВАНЕ НА СТЬЛБОВЕТЕ НА ВЪЖЕНИТЕ ЛИНИИ ПРИ ДВИЖЕНИЕ НА ПОДВИЖНИЯ СЪСТАВ

В. Пачилов¹

Ключови думи: въжени линии, диаграми на вертикалното натоварване на стълбовете, линии на влияние

РЕЗЮМЕ

Чрез линиите на влияние е проследено графично и аналитично изменението на вертикалното натоварване на стълбовете при движение на съсредоточените товари в двете съседни междустълбия. Установени са основните закономерности на това изменение в зависимост от отношението на разстоянието между съсредоточените товари и дължините на двете съседни междустълбия, както и на разстоянието между съсредоточените товари и сумата от тези междустълбия.

1. Въведение

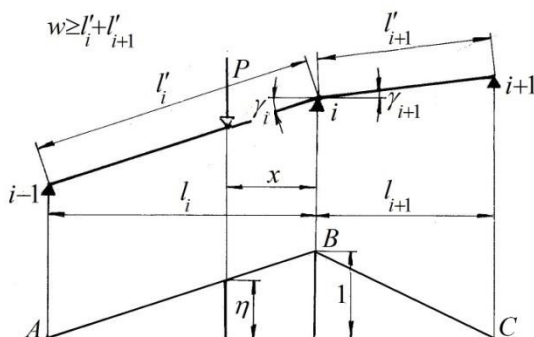
От гледна точка на съвременните методи за изчисляване на стълбовете на въжените линии е необходимо да се знаят не само максималните и минималните натоварвания и техните комбинации, но и характера на изменението на тези натоварвания. Това е от особено значение, за да се установи дали е необходимо да се правят изчисления на умора или не. Характерът на изменението на вертикалното натоварване на стълбовете от теглото на подвижния състав при движението му в двете съседни междустълбия може да се разбере и онагледи чрез линиите на влияние, независимо, че товарите се движат по въже, а не по греда. Впрочем, както е обосновано и общоприето, в настоящата разработка се предполага, че товарите се движат по хордите на междустълбията.

¹ Величко Пачилов, н. с. I ст. инж., 1408 София, бул. „Петко Каравелов“ № 22, бл. 62А, тел. 02/954-76-59, GSM 0897-855-531, e-mail: brod_prw@abv.bg

Понеже при възжените линии съсредоточените товари са еднакви по тегло P и се движат на определено разстояние w един след друг, то изменението на натоварването е циклично. За да се установят характерните особености на това изменение, е необходимо да се разгледат различните възможни случаи на отношението между разстоянието w и дължините на двете съседни междустълбья l_i и l_{i+1} .

2. Изменение на вертикалното натоварване на стълбовете

1) При $w \geq l'_i + l'_{i+1}$ в двете съседни междустълбья може да има максимум един товар (фиг. 1).



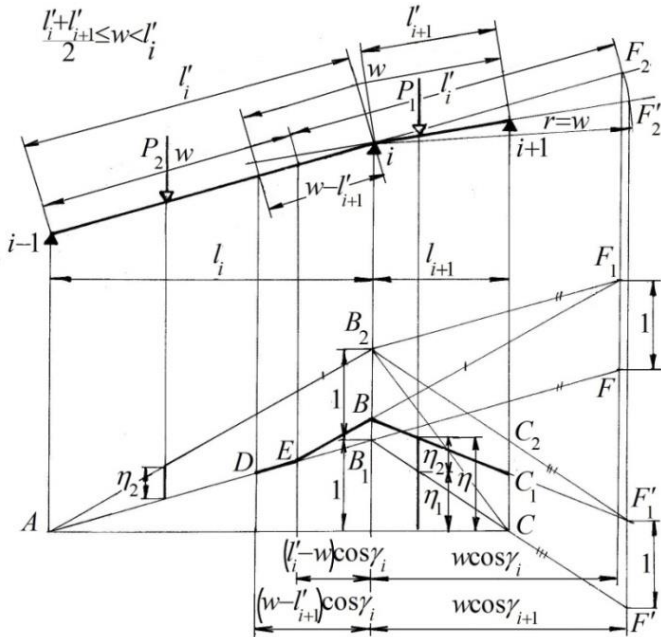
Фиг. 1

Когато в двете междустълбья няма съсредоточен товар, тогава натоварването на разглеждания стълб i е равно на нула. При наличието на един товар натоварването се изчислява по формулата $V_i = \eta P$, където $\eta = (l_i - x)/l_i$ или $\eta = (l_{i+1} - x)/l_{i+1}$ в зависимост от това в кое междустълбие се намира товарът. Когато товарът се намира в l_i неговата линия на влияние ще е AB , а когато е в l_{i+1} , линията на влияние ще е BC .

2) При $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{2} \leq w < l'_i + l'_{i+1}$ и $\frac{l'_i}{2} \leq w < l'_i$ в двете съседни междустълбья l_i и l_{i+1} или в по-голямото l_i може да има максимум два товара, а в по-малкото l_{i+1} – максимум един (фиг. 2).

Натоварването на стълб i , ще бъде $V_i = \eta_1 P_1 + \eta_2 P_2$; при $P_1 = P_2 = P$ $V_i = (\eta_1 + \eta_2) P$, а при $P = 1$ $V_i = \eta_1 + \eta_2$.

На фиг. 2 са начертани една над друга линиите на влияние на двата товара – пречупените линии AB_1C и AB_2C , като е прието $P_1 = P_2 = P = 1$, а след това правата AB_2 е преместена вдясно на разстояние w по хордата на междустълбието, като от т. E е прокарана правата EF_1 . Точката E лежи на правата AB_1 , а т. F_1 се получава от пресичането на правата $B_2F_1 \parallel AB_1$ и вертикалата FF_2 , прокарана на хоризонтално разстояние l_i от т. E . По такъв начин ординатата η_2 се премества над η_1 за случая, когато P_1 и P_2 се намират в междустълбието l_i , т.е. когато P_1 се намира между точките E и B .



Фиг. 2

Следващата част от правата AB_2 се премества вдясно, като от т. B е прокарана правата BF'_1 . Точка F'_1 се получава от пресичането на правата $B_2C_2 \parallel B_1C$ с вертикалата $F'F'_2$, прокарана на хоризонтално разстояние $w \cos \gamma_{i+1}$ от стълб i . По такъв начин ординатата η_2 се премества над η_1 за случаите, когато P_1 се намира в междустълбие l_{i+1} . За отбелязване е, че вертикалата $F'F'_2$ не се намира на разстояние $w \cos \gamma_i$ от стълб i , както би било, ако хордите бяха с еднакви наклони, а на разстояние $w \cos \gamma_{i+1}$, за да се отчете различният наклон на хордите, по които се движат двата товара.

Тъй като P_1 се движи по хорда с по-малък наклон, отколкото P_2 , то при едно и също изминато разстояние, хоризонталната проекция на разстоянието на P_1 ще е по-голяма от тази на P_2 . Поради това съответната ордината на P_2 , която ще се отчете под P_1 , трябва да се премести по-вдясно, като хоризонталното преместване на P_2 се умножи с $\cos \gamma_{i+1} / \cos \gamma_i$.

Върху правата AB_1 се нанася т. D , която се намира на разстояние w от стълб $i+1$, мерено по хордите на междустълбията. По такъв начин диаграмата на натоварването на стълб i от двата товара представлява начупената линия $DEBC_1$, като ординатите η_1 и η_2 , респективно тяхната сума η , се отчитат направо под товара P_1 .

Натоварването на стълб i , когато товарът P_1 се намира в т. D , също се определя по фиг. 2, като $V_{iD} = [l_i - (w - l'_{i+1}) \cos \gamma_i] P_1 / l_i = (1 + l'_{i+1} / l'_i - w / l'_i) P_1$. Натоварването на стълба в този случай ще е минимално при $P_1 = P_2$ и $P_1 < P_2$.

Когато P_1 е в т. E , тогава $V_{iE} = [l_i - (l'_i - w) \cos \gamma_i] P_1 / l_i = w \cos \gamma_i \cdot P_1 / l'_i$.

При положение, че товарът се намира в т. B , т.е. върху стълб i , тогава

$$V_{iB} = P_1 + (l_i - w \cos \gamma_i) P_2 / l'_i = P_1 + (1 - w/l'_i) P_2.$$

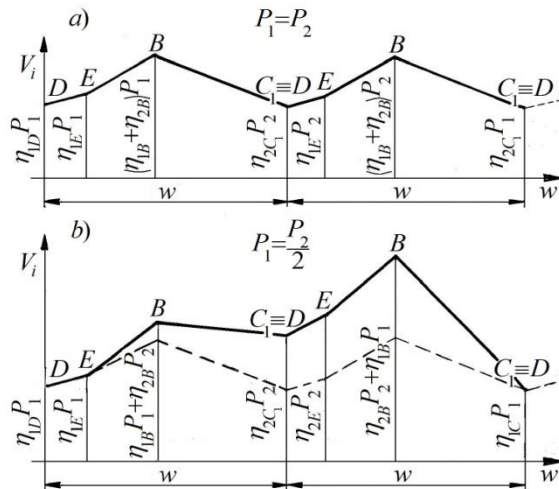
Натоварването на стълба в този случай ще е максимално, когато $P_1 = P_2$ или $P_1 > P_2$.

И, когато P_1 се намира в т. C , т.е. върху стълб $i+1$, тогава натоварването на стълб i ще бъде $V_{iC} = [l_i - (w - l'_i) \cos \gamma_i] P_2 / l'_i = (1 + l'_{i+1} / l'_i - w/l'_i) P_2$, тъй като в случая $\eta_1 = 0$.

При това разположение на товарите натоварването на стълб i ще е минимално, когато $P_1 = P_2$ или $P_1 > P_2$.

В случаите, когато $P_1 \neq P_2$, за да се начертае диаграмата на изменението на натоварването на стълб i , е необходимо за единия цикъл (изминаването от товара P_1 на разстоянието w от т. D до т. C) да се изчислява с P_1 равно на единия, например по-малките товари, а след това за втория цикъл да се работи с P_1 , равно на по-големия товар.

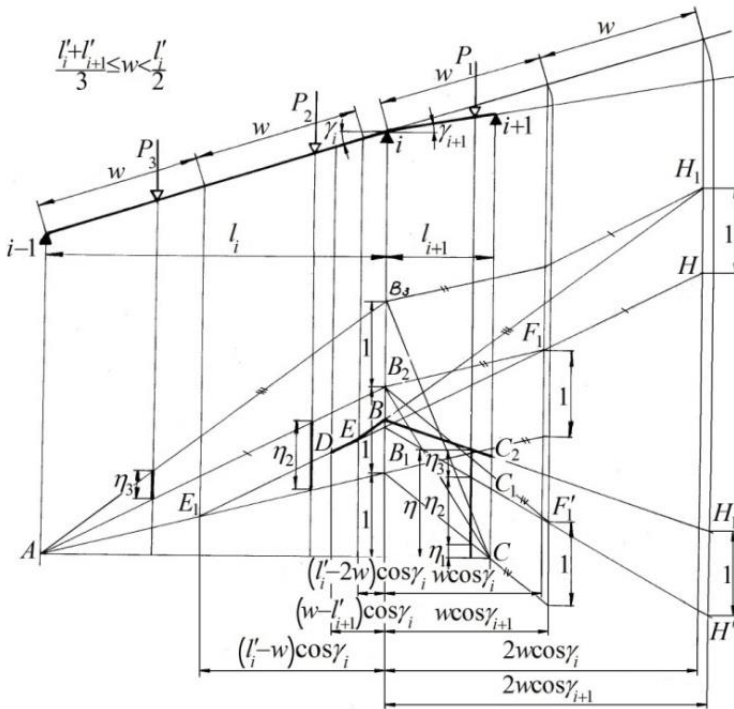
На фиг. 3 е начертана такава диаграма на изменението на натоварването на стълб i в рамките на два цикъла: на фиг. 3а при $P_1 = P_2$ и на фиг. 3б при $P_1 = P_2/2$.



Фиг. 3

3) При $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{3} \leq w < \frac{l'_i + l'_{i+1}}{2}$ и $\frac{l'_i}{3} \leq w < \frac{l'_i}{2}$ в двете съседни междустълбия l_i и l_{i+1} или в по-голямото l_i може да има максимум три товара, а в по-малкото l_{i+1} – максимум един (фиг. 4).

Натоварването на стълб i ще бъде $V_i = \eta_1 P_1 + \eta_2 P_2 + \eta_3 P_3$, като при $P_1 = P_2 = P_3 = P$ $V_i = (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3) P$ и съответно при $P = 1$, $V_i = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3$.



Фиг. 4

На фиг. 4 са начертани една над друга линиите на влияние на трите товара – пречупените линии AB_1C , AB_2C и AB_3C при големина на товарите единица. След това правата AB_2 е преместена вдясно на разстояние w по хордата на междустълбието, като от т. E_1 е прокарана правата E_1F_1 по начина, описан в случай 2 (фиг. 2). Също така, но на разстояние $2w$, пак по хордата, е преместена правата AB_3 . Това става, като от т. E , лежаща на правата E_1F_1 , се прокара правата EH_1 . Следващите части на правите AB_2 и AB_3 , намиращи се вдясно от стълб i , също се преместват по начина, описан в случай 2 и показан на фиг. 3 и 5. По такъв начин линията на влияние на натоварването на стълб i представлява начупената линия $DEBC_2$ и стойността на η се отчита направо под товара, намиращ се в обсега на тази линия от D до C_2 .

Натоварването на стълб i , когато товарът P_1 се намира в характерните точки на линията на влияние, ще бъде:

Когато P_1 е над т. D , натоварването на стълб i ще е

$$V_{i,D} = [l_i - (w - l'_{i+1}) \cos \gamma_i] P_1 / l_i + [(l'_i - w) \cos \gamma_i - (w - l'_{i+1}) \cos \gamma_i] P_2 / l_i = \\ = (1 + l'_{i+1} / l'_i - w / l'_i) P_1 + (1 + l'_{i+1} / l'_i - 2w / l'_i) P_2,$$

като ще е минимално при $P_1 \leq P_2$. При $P_1 = P_2 = P$, $V_{i,D} = (2 + 2l'_{i+1} / l'_i - 3w / l'_i) P$.

При товар P_1 над т. E $V_{i,E} = [l_i - (l'_i - 2w) \cos \gamma_i] P_1 / l_i + w P_2 / l'_i = 2w P_1 / l'_i + w P_2 / l'_i$, като при $P_1 = P_2 = P$, $V_{i,E} = 3w P / l'_i$.

Когато P_1 е над т. B , т.е. на стълб i , натоварването ще е

$V_{i,B} = P_1 + (l'_i - w) \cos \gamma_i P_2 / l_i + (l'_i - 2w) \cos \gamma_i P_3 / l_i = P_1 + (1 - w/l'_i) P_2 + (1 - 2w/l'_i) P_3$, като то ще е минимално при $P_1 \geq P_2 \geq P_3$. При $P_1 = P_2 = P_3 = P$, $V_{i,B} = (3 - 3w/l'_i) P$.

Когато P_1 е над т. C , т.е. на стълб $i+1$, тогава за стълб i ще се получи $\eta_{i,C} = 0$;

$$\begin{aligned} V_{i,C} &= (l'_i + l'_{i+1} - w) \cos \gamma_i P_2 / l_i + (l'_i + l'_{i+1} - w) \cos \gamma_i P_3 / l_i = \\ &= (1 + l'_{i+1}/l'_i - w/l'_i) P_2 + (1 + l'_{i+1}/l'_i - 2w/l'_i) P_3, \end{aligned}$$

като натоварването ще е минимално при $P_2 \leq P_1 \leq P_3$, а при $P_2 = P_3 = P$, $V_{i,C} = (2 + 2l'_{i+1}/l'_i - 3w/l'_i) P$.

На фиг. 5 са начертани диаграмите на изменението на натоварването на стълб i в продължение на три цикъла, като на фиг. 5а диаграмата е при $P_1 = P_2 = P_3$; на фиг. 5б при $P_1 < P_2 < P_3$, като условно е прието $P_2 = 1,5P_1$; $P_3 = 2P_1$ и на фиг. 5с при $P_1 > P_2 > P_3$, като условно е прието $P_1 = 2P_3$; $P_2 = 1,5P_3$.

Разгледаните до три случая отговарят на следните обобщени условия:

$\frac{l'_i + l'_{i+1}}{n} \leq w < \frac{l'_i + l'_{i+1}}{n-1}$ при $\frac{l'_i}{n} \leq w < \frac{l'_i}{n-1}$, където n е цяло положително число. Това означава, че в двете съседни междустълбъта l_i и l_{i+1} или в по-голямото l_i може да има максимум n товара, а в по-малкото l_{i+1} – максимум един.

Когато P_1 е над т. D

$$\begin{aligned} V_{i,D} &= \eta_{1D} P_1 + \eta_{2D} P_2 + \eta_{3D} P_3 + \dots + \eta_{n-2,D} P_{n-2} + \eta_{n-1,D} P_{n-1} = \\ &= (1 + l'_{i+1}/l'_i - w/l'_i) P_1 + (1 + l'_{i+1}/l'_i - 2w/l'_i) P_2 + (1 + l'_{i+1}/l'_i - 3w/l'_i) P_3 + \dots + \\ &+ [1 + l'_{i+1}/l'_i - (n-2)w/l'_i] P_{n-2} + [1 + l'_{i+1}/l'_i - (n-1)w/l'_i] P_{n-1}. \end{aligned}$$

Когато P_1 е над т. E , тогава

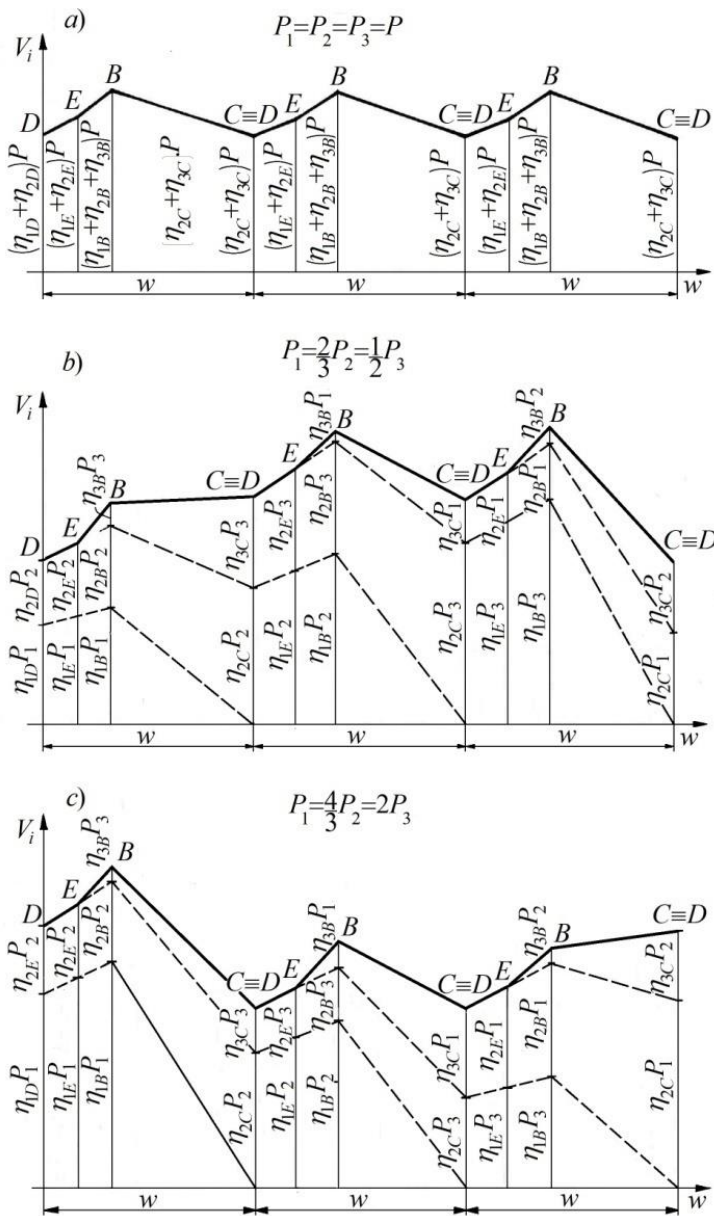
$$\begin{aligned} V_{i,E} &= \eta_{1E} P_1 + \eta_{2E} P_2 + \eta_{3E} P_3 + \dots + \eta_{n-2,E} P_{n-2} + \eta_{n-1,E} P_{n-1} = \\ &= (n-1)wP_1/l'_i + (n-2)wP_2/l'_i + (n-3)wP_3/l'_i + \dots + 2wP_{n-2}/l'_i + wP_{n-1}/l'_i. \end{aligned}$$

Когато P_1 е над т. B , т.е. на стълб i , тогава

$$\begin{aligned} V_{i,B} &= \eta_{1B} P_1 + \eta_{2B} P_2 + \eta_{3B} P_3 + \dots + \eta_{n-2,B} P_{n-2} + \eta_{n-1,B} P_{n-1} + \eta_{nB} P_n = \\ &= P_1 + (1 - w/l'_i) P_2 + (1 - 2w/l'_i) P_3 + \dots + [1 - (n-2)w/l'_i] P_{n-1} + [1 - (n-1)w/l'_i] P_n. \end{aligned}$$

Когато P_1 е над т. C , т.е. на стълб $i+1$, тогава за стълб i $\eta_{i,C} = 0$ и съответно

$$\begin{aligned} V_{i,C} &= \eta_{2C} P_2 + \eta_{3C} P_3 + \dots + \eta_{n-2,C} P_{n-2} + \eta_{n-1,C} P_{n-1} + \eta_{nC} P_n = \\ &= (1 + l'_{i+1}/l'_i - w/l'_i) P_2 + (1 + l'_{i+1}/l'_i - 2w/l'_i) P_3 + (1 + l'_{i+1}/l'_i - 3w/l'_i) P_4 + \dots + \\ &+ [1 + l'_{i+1}/l'_i - (n-3)w/l'_i] P_{n-2} + [1 + l'_{i+1}/l'_i - (n-2)w/l'_i] P_{n-1} + [1 + l'_{i+1}/l'_i - (n-1)w/l'_i] P_n. \end{aligned}$$



Фиг. 5

При $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_{n-2} = P_{n-1} = P_n = P$ тези формули добиват следния вид:

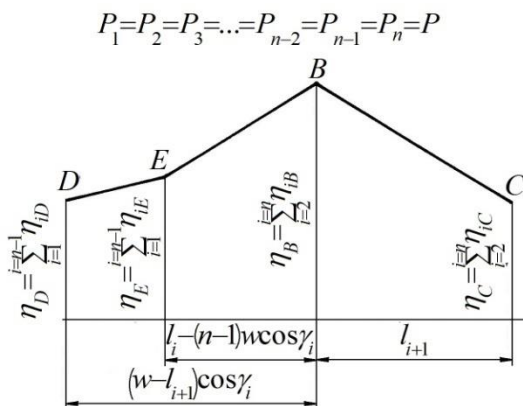
$$\begin{aligned}
 V_{i,D} &= (\eta_{1D} + \eta_{2D} + \eta_{3D} + \dots + \eta_{n-2,D} + \eta_{n-1,D})P = \\
 &= (n-1)(1 + l'_{i+1}/l'_i)P - n(n-1)wP/2l'_i = (n-1)(1 + l'_{i+1}/l'_{-nw}/2l'_i)P;
 \end{aligned}$$

$$V_{i,E} = (\eta_{1E} + \eta_{2E} + \eta_{3E} + \dots + \eta_{n-2,E} + \eta_{n-1,E})P = n(n-1)wP/2l'_i;$$

$$V_{i,B} = (\eta_{1B} + \eta_{2B} + \eta_{3B} + \dots + \eta_{n-2,B} + \eta_{n-1,B} + \eta_{nB})P = \\ = nP - n(n-1)wP/2l'_i = n[1 - (n-1)w/2l'_i]P;$$

$$V_{i,C} = (\eta_{2C} + \eta_{3C} + \dots + \eta_{n-2,C} + \eta_{n-1,C} + \eta_{nC})P = \\ = (n-1)(1 + l'_{i+1}/l'_i)P - n(n-1)wP/2l'_i = (n-1)(1 + l'_{i+1}/l'_i - nw/2l'_i)P.$$

В този случай диаграмата на изменението на натоварването на разглеждания стълб i ще има вида, показан на фиг. 6.



Фиг. 6

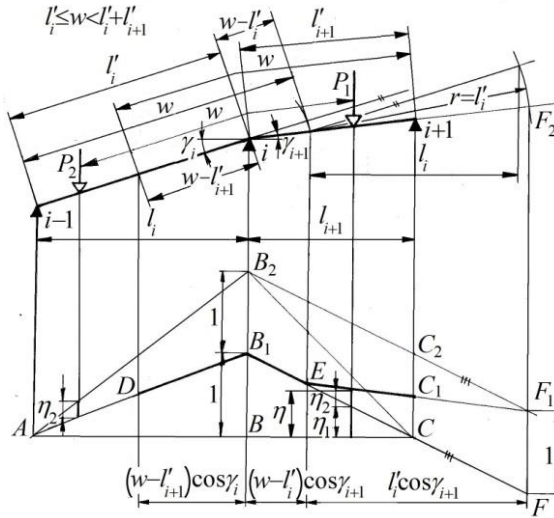
4) При $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{2} \leq w < l'_i + l'_{i+1}$ и $l'_i \leq w$ в двете съседни междуствълбия l_i и l_{i+1} може да има максимум два товара, а в по-голямото l_i и по-малкото l_{i+1} – максимум по един (фиг. 7).

Натоварването на стълб i ще бъде $V_i = \eta_1 P_1 + \eta_2 P_2$, като при $P_1 = P_2 = P$, $V_i = (\eta_1 + \eta_2)P = \eta P$.

На фиг. 7 са начертани една над друга линиите на влияние на товарите P_1 и P_2 , съответно пречупените линии AB_1C и AB_2C при големина на товарите единица. След това правата AB_2 е преместена вдясно на разстояние w по хордите на междуствълбията, като от т. E е прокарана правата EF_1 . Точка E лежи на правата B_1C и се намира на разстояние w от т. A , мерено по хордата на двете междуствълбия или на хоризонтално разстояние $(w - l'_i)\cos\lambda_{i+1}$ от разглеждания стълб i . Точката F_1 се получава от пресичането на правата $B_2C_2 \parallel B_1C$ и вертикалата FF_2 , прокарана на хоризонтално разстояние $l'_i\cos\lambda_{i+1}$ от т. E . По такъв начин ординатата η_2 се премества над η_1 и под P_1 може да се отчете направо $\eta = \eta_1 + \eta_2$.

Вертикалата FF_2 не се намира на разстояние l_i от товара E , а на $l_i\cos\gamma_{i+1}/l'_i$, за да се отчете различният наклон на хордите, по които се движат товарите. Тъй като P_1 се движи по хорда с по-малък наклон, то при един и същ изминат път с P_2 хоризонталната

проекция на пътя на P_1 ще е по-голяма от тази на P_2 , поради което съответната ордината на P_2 , която се отчита под P_1 , трябва да е преместена по-вдясно. Това става чрез умножаване на хоризонталното преместване на P_2 с $\cos\gamma_{i+1}/\cos\gamma_i$.



Фиг. 7

Когато чупката на хордите върху стълб i е обратна на изобразената на фиг. 10, т.е. когато P_1 се движи по хорда с по-голям наклон отколкото P_2 , то ординатата на P_2 трябва да е преместена по-вляво, отколкото, ако двете хорди имаха еднакъв наклон. В този случай хоризонталното преместване на P_2 следва да се умножи с $\cos\gamma_i/\cos\gamma_{i+1}$.

Върху правата AB_1 се нанася т. D на разстояние w от стълб $i+1$, мерено по хордите на междустълбията. По такъв начин диаграмата на натоварването на стълб i от двата товара представлява начупената линия DB_1EC_1 и ординатите η_1 и η_2 се отчитат направо под товара, намиращ се над тази линия между точките D и C (фиг. 7).

Когато P_1 се намира над т. D , натоварването на стълб i се определя по формулите

$$\eta_{1,D} = [l_i - (w - l'_{i+1}) \cos \gamma_i] / l_i = 1 + l'_{i+1} / l'_i - w / l'_i \quad \text{и} \quad V_{1,D} = (1 + l'_{i+1} / l'_i - w / l'_i) P_i.$$

Натоварването на стълб i ще е минимално при $P_1 = P_2$ или при $P_1 < P_2$.

Когато P_1 се намира над т. B , т.е. на стълб i , тогава $\eta_{1,B} = 1$ и $V_{1,B} = P$, като в този случай натоварването на стълб i ще е максимално при $P_1 = P_2$ и при $P_1 > P_2$.

Когато P_1 се намира над т. E , натоварването на стълб i ще бъде

$$\eta_{1,E} = [l_{i+1} - (w - l'_i) \cos \gamma_{i+1}] / l_{i+1} = 1 + l'_i / l'_{i+1} - w / l'_{i+1}, \quad \text{съответно} \quad V_{1,E} = (1 + l'_i / l'_{i+1} - w / l'_{i+1}) P_1.$$

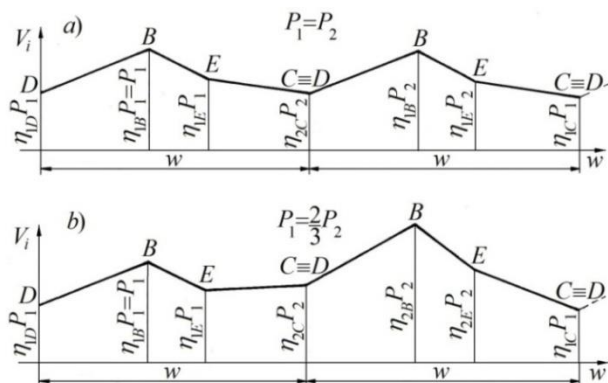
Когато P_1 се намира над т. C , т.е. на стълб $i+1$, тогава $\eta_{1,C} = 0$ и

$$\eta_{2,C} = [l_{i+1} - (w - l'_i) \cos \gamma_{i+1}] / l'_i \cos \gamma_{i+1} = 1 + l'_{i+1} / l'_i - w / l'_i \quad \text{и} \quad V_{2,C} = (1 + l'_{i+1} / l'_i - w / l'_i) P_2.$$

В този случай натоварването на стълб i ще е минимално при $P_1 = P_2$ или при $P_1 > P_2$.

За да се начертае действителната диаграма на изменението на натоварването на стълб i при $P_1 \neq P_2$, е необходимо за единия цикъл натоварването да се изчислява с P_1 , равно на единия, например по-малкия товар, а след това за втория цикъл – с P_2 , равно на по-големия товар.

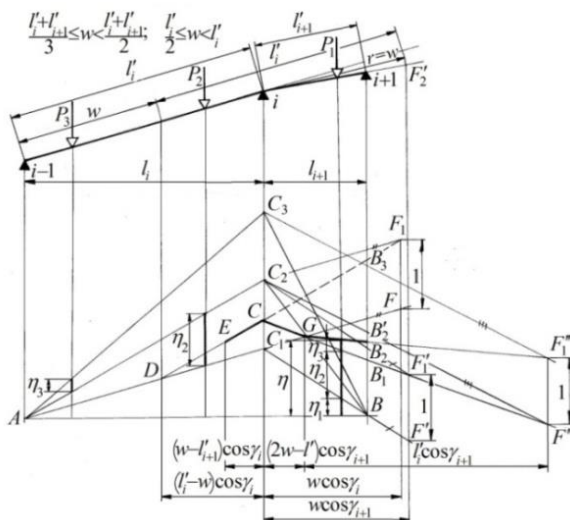
На фиг. 8 е начертана диаграмата на изменението на натоварването на стълб i в продължение на два цикъла, като на фиг. 8a диаграмата е при $P_1 = P_2$, а на фиг. 8b – при $P_2 = 1,5P_1$. След преминаването на двата различни товара циклите се повтарят.



Фиг. 8

5) При $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{3} \leq w < \frac{l'_i + l'_{i+1}}{2}$ и $\frac{l'_i}{2} \leq w < l'_i$ в двете съседни междустълбия l_i и l_{i+1}

може да има максимум три товара, а в по-голямото междустълбие l_i – максимум два. Съответно се получава, че в по-малкото междустълбие l_{i+1} може да има максимум един товар (фиг. 9).



Фиг. 9

Натоварването на стълб i ще бъде $V_i = \eta_1 P_1 + \eta_2 P_2 + \eta_3 P_3$, а при $P_1 = P_2 = P_3 = P$ ще се получи $V_i = (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3)P = \eta P$. На фиг. 9 са начертани една над друга линиите на влияние на товарите P_1 , P_2 и P_3 – пречупените линии AC_1B , AC_2B и AC_3B при еднаква големина на товарите. След това правата AC_2 е преместена вдясно на разстояние w по хордата на междустълбието, като от т. D е прокарана правата DF_1 . Точка D лежи на правата AC_1 , а точка F_1 се получава от пресичането на правата $C_2F_1 \parallel AC_1$ и вертикалата FF_1 , прокарана на хоризонтално разстояние l_i от т. D . По такъв начин ординатата η_2 се премества над η_1 за случая, когато P_1 и P_2 се движат в междустълбие l_i , т.е. когато P_1 се намира между точките E и C . Следващата част от правата AC_2 се премества по същия начин, както е описано в случай 4. Така се получава отсечката CG , под която се отчита ординатата $\eta = \eta_1 + \eta_2$, в случаите, когато P_1 се намира в междустълбието l_{i+1} , между точките C и G .

Правата AC_3 се премества вдясно на разстояние $2w$ по хордите на двете междустълбия, като от т. G е прокарана правата GF_1'' . Точката G лежи на правата CF_1 , а т. F_1'' се получава от пресичането на правата $C_3B_3 \parallel C_2F_1''$ и вертикалата $F''F_1''$ прокарана на хоризонтално разстояние $2w \cos \lambda_{i+1}$ от стълб i . По такъв начин ординатата η_3 се премества над η_1 и, освен това над η_2 за случая, когато P_1 се намира в междустълбие $i+1$, вдясно от т. G . Върху правата DC се нанася т. E , която се намира на разстояние w от стълб $i+1$ мерено по хордата на междустълбието. По такъв начин диаграмата на изменението на натоварването на стълб i представлява начупената линия $ECGB_2'$ и ординатата η се отчита направо под товара, намиращ се в обсега на тази линия.

Когато товарът P_1 е в участъка между точките E , C и G , то в двете междустълбия има два товара, а когато е вдясно от G , тогава има три товара.

Натоварването на стълб i , когато Q_1 се намира над т. E , се определя по фиг. 9 и ще бъде

$$V_{i,E} = \left[l_i - (w - l'_{i+1}) \cos \gamma_i \right] P_1 / l_i + \left[l_i - (2w - l'_{i+1}) \cos \gamma_i \right] P_2 / l_i = \\ = (1 + l'_{i+1} / l'_i - w / l'_i) P_1 + (1 + l'_{i+1} / l'_i - 2w / l'_i) P_2.$$

В този случай натоварването ще е минимално, когато $P_1 \leq P_2 \leq P_3$.

При $P_1 = P_2 = P_3 = P$ се получава $V_{i,E} = [2 + 2l'_{i+1} / l'_i - 3w / l'_i] P$.

Когато P_1 се намира над т. C , т.е. на стълб i , тогава $V_{i,C} = P_1 + (l_i - w \cos \gamma_i) P_2 / l_i = P_1 + (1 - w / l'_i) P_2$. В този случай натоварването на стълб i ще е максимално при $P_1 > P_2 > P_3$. При $P_1 = P_2 = P_3 = P$ се получава $v_{i,C} = (2 - w / l'_i) P$.

Когато P_1 се намира над т. G , тогава натоварването на стълб i ще бъде

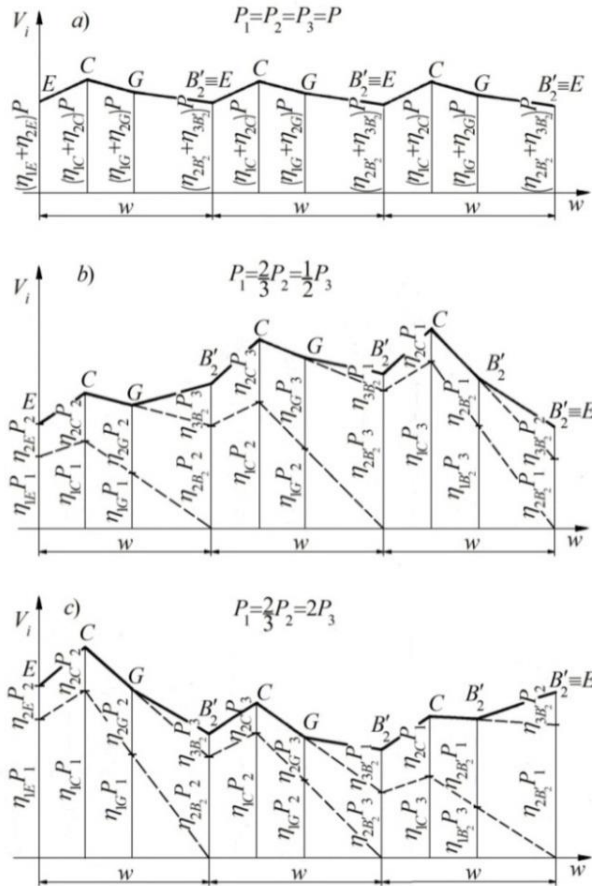
$$V_{i,G} = \left[l_{i+1} - (2w - l'_i) \cos \gamma_{i+1} \right] P_1 / l_{i+1} + w \cos \gamma_i P_2 / l_i = (1 + l'_i / l'_{i+1} - 2w / l'_{i+1}) P_1 + w P_2 / l'_i.$$

При $P_1 = P_2 = P_3 = P$ се получава $V_{i,G} = (1 + l'_i / l'_{i+1} - 2w / l'_{i+1} + w / l'_i) P$.

Когато P_1 се намира над т. B , т.е. на стълб $i+1$, тогава за стълб i $\eta_{1,B} = 0$ и $V_{i,B} = (l'_i + l'_{i+1} - w) P_2 / l'_i + (l'_i + l'_{i+1} - 2w) P_2 / l'_i = (1 + l'_{i+1} / l'_i - w / l'_i) P_2 + (1 + l'_{i+1} / l'_i - 2w / l'_i) P_3$. В този случай натоварването на стълба ще е минимално при $P_2 \leq P_3 \leq P_1$.

При $P_2 = P_3 = P$ ще се получи $V_{i,B} = (2 + 2l'_{i+1}/l'_i - 3w/l'_i)P$.

На фиг. 10a е начертана диаграмата на изменението на натоварванията на стълб i при $P_1 = P_2 = P_3 = P$ в продължение на три цикъла; на фиг. 10b – диаграмата при $P_1 < P_2 < P_3$, като условно е прието $P_2 = 1,5P_1$ и $P_3 = 2P_1$, а на фиг. 10c е начертана диаграмата при $P_1 > P_2 > P_3$, като е прието $P_1 = 2P_3$ и $P_2 = 1,5P_3$.



Фиг. 10

б) При $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{4} \leq w < \frac{l'_i + l'_{i+1}}{3}$ и $\frac{l'_i}{3} \leq w < \frac{l'_i}{2}$ в двете съседни междуствълбия l_i и l_{i+1} може да има максимум четири товара, а в по-голямото l_i – максимум три. Съответно се получава, че в по-малкото междуствълбие l_{i+1} може да има максимум един товар.

Тези две условия могат да са достатъчни и поотделно при определено отношение между дължините на двете междуствълбия: при $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{4} \leq w < \frac{l'_i + l'_{i+1}}{3}$, ако $\frac{l'_i}{3} \leq l'_{i+1} < \frac{l'_i}{2}$ и при $\frac{l'_i}{3} \leq w < \frac{l'_i}{2}$, ако $\frac{l'_i}{3} \geq l'_{i+1} > \frac{l'_i}{2}$.

Първото условие $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{4} \leq w < \frac{l'_i}{3}$ ще е изпълнено, когато $\frac{l'_{i+1}}{4} \geq \frac{l'_i}{3} - \frac{l'_i}{4} = \frac{l'_i}{12}$, т.е. при $l'_{i+1} \geq \frac{l'_i}{3}$ и съответно няма да е изпълнено при $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{4} < \frac{l'_i}{3}$, т.е. при $l'_{i+1} < \frac{l'_i}{3}$.

Второто условие $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{3} \leq \frac{l'_i}{2}$ ще е изпълнено, когато $\frac{l'_{i+1}}{3} < \frac{l'_i}{2} - \frac{l'_i}{3} = \frac{l'_i}{6}$, т.е. при $l'_{i+1} < \frac{l'_i}{2}$ и съответно няма да е изпълнено при $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{3} \geq \frac{l'_i}{2}$, т.е. при $l'_{i+1} > \frac{l'_i}{2}$.

В този случай не се налага да се изобразяват линиите на влияние и диаграмата на изменението на натоварванията на стълб i , тъй като математическите закономерности са установени и могат направо да се изразят чрез формули.

3. Обобщение

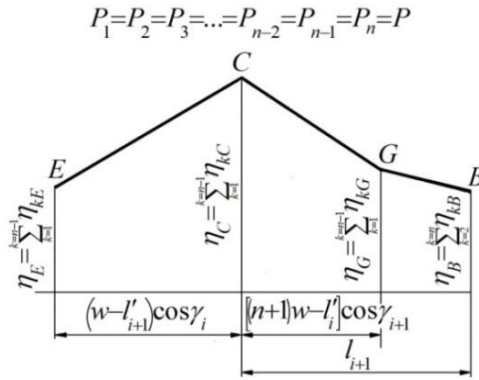
Случаите 4, 5 и 6 могат да се изразят със следните формули, в които n е цяло положително число: $\frac{l'_i + l'_{i+1}}{n} \leq w < \frac{l'_i + l'_{i+1}}{n-1}$ и $\frac{l'_i}{n-1} \leq w < \frac{l'_i}{n-2}$, които могат да се напишат съкратено:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \frac{l'_i + l'_{i+1}}{n} \leq w < \frac{l'_i + l'_{i+1}}{n-1} \text{ при } \frac{l'_i}{n-1} \leq l'_{i+1} < \frac{l'_i}{n-2} \text{ тъй като } \frac{l'_i + l'_{i+1}}{n} \geq \frac{l'_i}{n-1}, \text{ когато} \\
 \frac{l'_{i+1}}{n} \geq \frac{l'_i}{n-1} - \frac{l'_i}{n} = \frac{l'_i}{n(n-1)}, \text{ т.е. при } l'_{i+1} \geq \frac{l'_i}{n-2} \text{ и също така при } \frac{l'_i + l'_{i+1}}{n-1} \leq \frac{l'_i}{n-2} \\
 \text{при } \frac{l'_{i+1}}{n-1} \leq \frac{l'_i}{n-2} - \frac{l'_i}{n-1} = \frac{l'_i}{(n-2)(n-1)}, \text{ т.е. при } l'_{i+1} \leq \frac{l'_i}{n-2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \frac{l'_i}{n-1} \leq w < \frac{l'_i}{n-2} \text{ при } \frac{l'_i}{n-1} \geq l'_{i+1} \geq \frac{l'_i}{n-2} \text{ тъй като } \frac{l'_i}{n-1} \geq \frac{l'_i + l'_{i+1}}{n}, \text{ когато} \\
 \frac{l'_{i+1}}{n} \leq \frac{l'_i}{n-1} - \frac{l'_i}{n} = \frac{l'_i}{n(n-1)}, \text{ т.е. при } l'_{i+1} \leq \frac{l'_i}{n-1} \text{ и също така при } \frac{l'_i}{n-2} \leq \frac{l'_i + l'_{i+1}}{n-1}, \\
 \text{когато } \frac{l'_{i+1}}{n-1} \geq \frac{l'_i}{n-2} - \frac{l'_i}{n-1} = \frac{l'_i}{(n-2)(n-1)}, \text{ т.е. при } l'_{i+1} \geq \frac{l'_i}{n-2}.
 \end{aligned}$$

Тези условия означават, че в двете съседни междустълбия l_i и l_{i+1} може да има максимум n товара, а в по-голямото l_i – максимум $n-1$. Съответно се получава, че в по-малкото междустълбие l_{i+1} може да има максимум един товар.

Диаграмата на изменението на натоварването на разглеждания стълб i при тези случаи ще има вида, показан на фиг. 11.



Фиг. 11

Когато P_1 се намира над т. E

$$V_{i,E} = (1 + l'_{i+1}/l'_i - w/l'_i)P_1 + (1 + l'_{i+1}/l'_i - 2w/l'_i)P_2 + (1 + l'_{i+1}/l'_i - 3w/l'_i)P_3 + \dots + [1 + l'_{i+1}/l'_i - (n-2)w/l'_i]P_{n-2} + [1 + l'_{i+1}/l'_i - (n-1)w/l'_i]P_{n-1}.$$

Когато P_1 се намира над т. C , т.е. на стълб i , тогава

$$V_{i,C} = P_1 + (1 - w/l'_i)P_2 + (1 - 2w/l'_i)P_3 + \dots + [1 - (n-3)w/l'_i]P_{n-2} + [1 - (n-2)w/l'_i]P_{n-1}.$$

Когато P_1 се намира над т. G , тогава

$$V_{i,G} = [1 + l'_i/l'_{i+1} - (n-1)w/l'_{i+1}]P_1 + (n-2)wP_2/l'_{i+1} + (n-3)wP_3/l'_{i+1} + \dots + 3wP_{n-3}/l'_{i+1} + 2wP_{n-2}/l'_{i+1} + wP_{n-1}/l'_{i+1}.$$

Когато P_1 се намира над т. B , т.е. на стълб $i+1$, тогава за стълб i $\eta_{i,B} = 0$ и

$$V_{i,B} = (1 + l'_{i+1}/l'_i - w/l'_i)P_2 + (1 + l'_{i+1}/l'_i - 2w/l'_i)P_3 + \dots + [1 + l'_{i+1}/l'_i - (n-2)w/l'_i]P_{n-1} + [1 + l'_{i+1}/l'_i - (n-1)w/l'_i]P_n.$$

При $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_{n-2} = P_{n-1} = P_n = P$ тези формули ще получат следния вид:

$$V_{i,E} = (n-1)(1 + l'_{i+1}/l'_i)P - n(n-1)wP/2l'_i = (n-1)(1 + l'_{i+1}/l'_i - nw/2l'_i)P;$$

$$V_{i,C} = (n-1)P - (n-1)(n-2)wP/2l'_i = (n-1)[1 - (n-2)w/2l'_i]P;$$

$$\begin{aligned} V_{i,G} &= [1 + l'_i/l'_{i+1} - (n-1)w/l'_{i+1}]P + (n-1)(n-2)wP/2l'_i = \\ &= [1 + l'_i/l'_{i+1} - (n-1)w/l'_{i+1} + (n-1)(n-2)w/2l'_i]P = \\ &= \left\{ 1 + l'_i/l'_{i+1} - (n-1)w \left[1/l'_{i+1} - (n-2)/2l'_i \right] \right\} P; \end{aligned}$$

$$V_{i,B} = (n-1)(1 + l'_{i+1}/l'_i)P - n(n-1)wP/2l'_i = (n-1)(1 + l'_{i+1}/l'_i - nw/2l'_i)P.$$

4. Заключение

С така направеното графично и аналитично изследване на изменението на натоварването на стълбовете при движение на съсредоточените товари в двете съседни междустълбия, са установени основните закономерности на изменението на това натоварване в зависимост от отношението между разстоянието на съсредоточените товари w и дължините на съседните междустълбия l'_i и l'_{i+1} , както и на тяхната сума. Въз основа на тях могат да се изведат аналитично формулите за изменение на натоварването при наличие на произволен брой товари в двете съседни междустълбия, както и да се построят обобщените диаграми, обхващащи всички характерни случаи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дукельский, А. Й. Подвесные канатные дороги и кабельные краны. Москва-Ленинград, 1951, 1966.

NATURE OF THE CHANGE IN THE VERTICAL LOAD ON THE PILLARS OF CABLEWAYS FROM MOVING OF THE ROLLING STOCK

V. Pachilov¹

Keywords: cableways, charts of the vertical load to the pillars, lines of influence

ABSTRACT

Through the lines of influence the change of the vertical load on the pillars upon movement of those concentrated loads in the two neighboring interpoles is traced graphically and analytically. The basic principles of this change have been established depending on the ratio of the distance between those concentrated loads and the lengths of the two neighboring interpoles as well as the distance between those concentrated loads and the sum of these interpoles.

¹ Velichko Pachilov, Sc. As. Eng., 22 Petko Karavelov Blvd., Bl. 62A, Sofia 1408, tel. 02/954-76-59, GSM 0897-855-531, e-mail: brod_prw@abv.bg