



Получена: 20.03.2017 г.

Приета: 12.05.2017 г.

ПРЕДВАРИТЕЛНА ОЦЕНКА НА ТОЧНОСТТА НА ТУНЕЛНА ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКА МРЕЖА

П. Пенев¹, А. Ангелов²

Ключови думи: инженерна геодезия, тунелна инженерно-геодезическа мрежа, оценка на точността, коти

РЕЗЮМЕ

В статията са разгледани методи за предварителна оценка на точността на тунелна инженерно-геодезическа мрежа. Предлагат се два различни подхода за решение на тази задача – съвместно изравнение на наземната и подземната мрежа и по отделно на два етапа. И при двата начина се прилага метод на изравнение чрез частично свободни мрежи. Разгледан е пример за прилагане на втория подход за предварителна оценка на точността на подземна нивелачна мрежа. Изведени са крайните формули за изчисляване на средните квадратни грешки на средните точки на подземен нивелачен ход, без и със отчитане на грешките в изходните данни.

1. Геодезическа трасировъчна мрежа на тунела

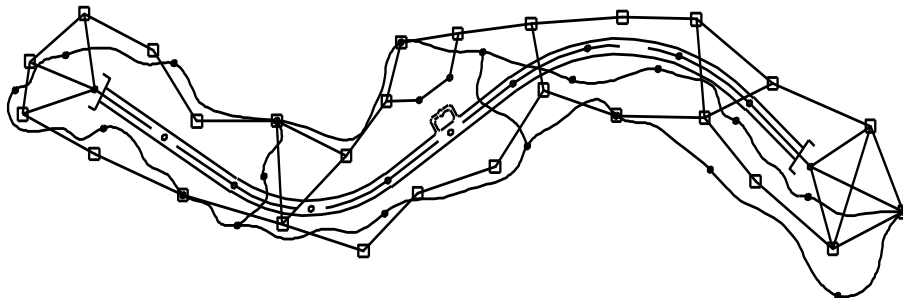
Трасировъчната основа на тунела се състои от две отделни мрежи – планова и височинна. Някои от точките на тези две мрежи могат да съвпадат, но измерването и изравнението на мрежите се извършва поотделно и независимо една от друга.

Всяка една от двете мрежи (планова и височинна) се състои от две части: наземна и подземна (фиг. 1). Наземната част на мрежата се изгражда и изчислява преди започване на строителството на тунела. Подземната геодезическа основа се изгражда постепенно през целия период на строителството. Наземната геодезическа основа се състои от

¹ Пеню Пенев проф. д-р инж., кат. „Приложна геодезия”, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: penev_fg@uacg.bg

² Антонио Ангелов, гл. ас. д-р инж., кат. „Приложна геодезия”, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: angelov_fg@uacg.bg

планова и височинна мрежа. В тези мрежи се включват точки и реперни от опорния полигон на линейното съоръжение (път или жп линия). Плановата мрежа се построява като линейно-ъглова и обикновено се състои от два полигонометрични хода, при които в двата края на тунела точките се оформят като предпортални мрежи във вид на триъгълници или геодезически четириъгълници.



Фиг. 1

Височинната мрежа на обекта се изгражда като нивелачна мрежа. За тунели с дължина до 2 km е достатъчно да се изгради нивелачна мрежа IV клас. Ако се наблюдават деформации на тунела и терена, нивелачната мрежа трябва да е III клас. Височинната мрежа между двата портала се състои от два нивелачни хода, които се обединяват в един нивелачен полигон. Ако е възможно, на някои места нивелачните ходове могат да се свържат помежду си и да образуват повече затворени полигони. Когато тунелът се прокопава с вертикални шахти, до всяка шахта трябва да има минимум два репера, от които да може да се пренесе височина в подземната изработка.

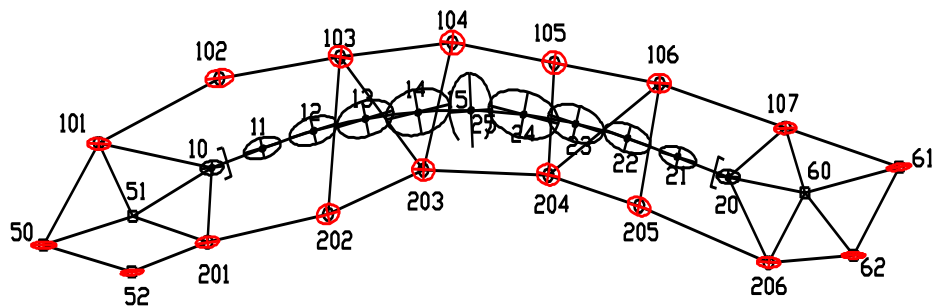
Подземната геодезическа основа се създава чрез висящи полигонови или нивелачни ходове от предпорталните точки или вертикалните шахти до забоите. При дългите тунели (над 2 km) вместо единични ходове могат да се използват двойни ходове или вериги от изпънати триъгълници.

След прокопаването на тунела полигоновите ходове от двата портала се обединяват в един общ полигон, който се измерва и изчислява наново. Същото се прави и за двата нивелачни хода. Така създадената геодезическа основа се използва за оформяне на облицовката на тунела и монтажа на технологичното оборудване. Точките и реперите от подземните ходове се стабилизират по линия, успоредна на оста на тунела, и на разстояние около 1 m от облицовката. При текущите трасировки някои от пикетните точки се стабилизират и по свода на тунела.

2. Проектиране и предварителна оценка на точността на тунелна ИГМ

Известно е, че изискванията за точност на точките от опорния полигон на линейното съоръжение са сравнително много по-малки, отколкото тези за точките от трасировъчната мрежа на тунела. Поради това, че в трасировъчната мрежа на тунела се включват задължително и точки от опорния полигон на линейното съоръжение, са възможни два подхода за предварителна оценка на точността на трасировъчната мрежа. И при двата подхода се използва изравнението на частично свободни мрежи като дефиниционните параметри на мрежата се определят от точките от опорния полигон на линейното съоръжение, които са включени в трасировъчната мрежа на тунела.

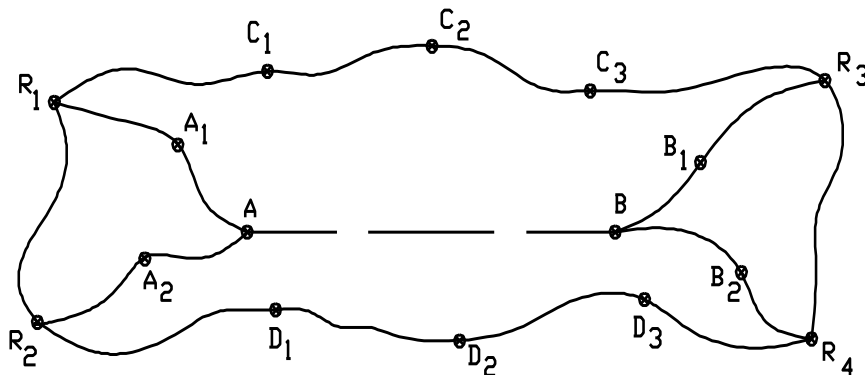
При първия начин се прави предварителна оценка на точността съвместно на наземната и подземната трасировъчна мрежа като частично свободна мрежа. Този начин се илюстрира с плановата трасировъчна мрежа на тунела (фиг. 2).



Фиг. 2

На фиг. 2 с номера от 50 до 52 и от 60 до 62 са означени точките от опорния полигон на линейното съоръжение, а с номера от 101 до 107 и от 201 до 206 новите точки, които заедно с предишните образуват външната трасировъчна мрежа. Точките от подземната планова основа са с номера от 10 до 15 и от 20 до 25, съответно на двата подземни полигонови хода. Предварителната оценка на точността се основава на взаимната елипса на грешките в мястото на срещата, т.е. на точността във взаимното положение на точки 15 и 25. На фиг. 2 са показани елипсите на грешките на всички точки. Взаимната елипса на грешките е показана с пунктир. От сравнението на осите на взаимната елипса на грешките с осовата несбойка се уточняват априорните ср. кв. грешки на измерванията.

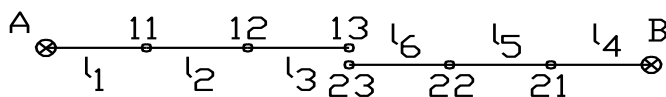
Вторият начин е първо да се изравни само външната трасировъчна мрежа като частично свободна. След това предварителната оценка се прави с отчитане на влиянието на изходните данни. Този подход се илюстрира с мрежата на фиг. 3.



Фиг. 3

Ако е направена предварителна оценка на точността на наземната нивелачна мрежа (фиг. 3) при зададена априорна ср. кв. грешка на измерванията, и е получена корелационната матрица на мрежата.

За да се направи предварителна оценка на точността на подземната нивелачна мрежа (фиг. 4), се пренебрегват многократните повторения на измерванията в подземните нивелачни ходове (както се прави в практиката).



Фиг. 4

При тази предпоставка уравненията на поправките са:

$$\left. \begin{aligned} V &= Ax + Bz + l \quad \dots \quad P \\ V_z &= z \quad \dots \quad P_z = Q_z^{-1} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

където x е вектор-колона с поправките към приблизителните коти на реперите от подземните нивелачни ходове;

z - вектор – колона с поправките към котите на реперите A и B (изходните данни);

A и B – матрици, съдържащи коефициентите пред неизвестните x и z в уравненията на поправките;

l - вектор – колона със свободните членове;

P – диагонална матрица с тежестите на измерванията;

Q_z – корелационна матрица на изходните данни.

Поради това, че се прави предварителна оценка на точността, се съставят само матриците A , B и P , а Q_z се взема от предварителната оценка на точността на наземната нивелачна мрежа. Всъщност Q_z е подматрица, която съответства на точки A и B от наземната мрежа. Ако наземната мрежа е измерена и изравнена, Q_z се взема от изравнението на мрежата. Необходимо е още да се зададе и априорната ср. кв. грешка на измерванията в подземните нивелачни ходове.

На (1) съответства матрицата R на системата нормални уравнения:

$$N = \begin{pmatrix} A^T P A & A^T P B \\ B^T P A & Q_z^{-1} + B^T P B \end{pmatrix}, \quad Q_z^{-1} = \begin{pmatrix} N_{AA} & N_{AB} \\ N_{BA} & N_{BB} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

За примера от фиг. 4 при предпоставката, че двата подземни хода до мястото на срещата са измерени еднократно, матрицата с коефициентите на уравненията на поправките е:

$$(A \ B) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Първите шест стълба в (3) са за коефициентите пред неизвестните x , т.е. на матрицата A , а последните два – за матрицата B . Тежестите p_i се определят по известната формула

$$p_i = 1/l_i, \quad (4)$$

където l_i са разстоянията между съседните репери.

За матрицата N се получава

$$N = \begin{pmatrix} p_1 + p_2 & -p_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -p_1 & 0 \\ -p_2 & p_2 + p_3 & -p_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_3 & p_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_4 & -p_4 & -p_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_4 & p_4 + p_5 & -p_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -p_5 & p_5 + p_6 & 0 & -p_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{AA} + p_1 & N_{AB} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{AB} & N_{BB} + p_6 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Матрицата $Q = N^{-1}$ на обратните тежести е

$$Q = \begin{pmatrix} Q_{AA} + a_1 & Q_{AA} + a_1 & Q_{AA} + a_1 & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AA} & Q_{AB} \\ Q_{AA} + a_1 & Q_{AA} + a_2 & Q_{AA} + a_2 & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AA} & Q_{AB} \\ Q_{AA} + a_1 & Q_{AA} + a_2 & Q_{AA} + a_3 & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AA} & Q_{AB} \\ Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{BB} + b_1 & Q_{BB} + b_1 & Q_{BB} + b_1 & Q_{AB} & Q_{BB} \\ Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{BB} + b_1 & Q_{BB} + b_2 & Q_{BB} + b_2 & Q_{AB} & Q_{BB} \\ Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{BB} + b_1 & Q_{BB} + b_2 & Q_{BB} + b_3 & Q_{AB} & Q_{BB} \\ Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AA} & Q_{AB} \\ Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{AB} & Q_{BB} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

където

$$\left. \begin{aligned} a_1 = l_1, \quad a_2 = l_1 + l_2, \quad a_3 = l_1 + l_2 + l_3 \\ b_1 = l_4, \quad b_2 = l_4 + l_5, \quad b_3 = l_4 + l_5 + l_6 \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

При n точки в първия подземен ход и общо m точки в двата подземни хода за симетричната матрица Q за първите n реда, т. е. при $1 \leq i \leq n$, са в сила формулите

$$\left. \begin{aligned} Q_{i,k} = Q_{AA} + a_i, \quad i \leq k \leq n \\ Q_{i,k} = Q_{AB}, \quad n < k \leq m \\ Q_{i,m+1} = Q_{AA}, \quad Q_{i,m+2} = Q_{AB} \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

За елементите на следващите $m - n$ реда, т.е. при $n < i \leq m$, вадат формулите

$$\left. \begin{aligned} Q_{i,k} = Q_{BB} + b_i, \quad n \leq k \leq m \\ Q_{i,m+1} = Q_{AB}, \quad Q_{i,m+2} = Q_{BB} \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

За останалите елементи на Q формулите са

$$Q_{m+1,m+1} = Q_{AA}, \quad Q_{m+1,m+2} = Q_{AB}, \quad Q_{m+2,m+2} = Q_{BB}. \quad (10)$$

За обратната тежест на превишението между точките на срещата (за примера репери 13 и 23) се получава

$$Q_{\Delta h} = L + Q_{AA} + Q_{BB} - 2Q_{AB}. \quad (11)$$

Всъщност подземната нивелачна основа се построява постепенно. При всяко добавяне на нова точка в подземните нивелачни ходове същите се измерват наново като измерванията започват от предпорталните точки. За подземните ходове на фиг. 4 измерванията са: А-11 и В-21, след това А-11, 11-12 и В-21, 21-22 и накрая А-11, 11-12, 12-13 и В-21, 21-22 и 22-23. При еднакъв брой от n точки в двата подземни хода при еднократно измерване на целите ходове броят на измерванията е $2n$, а при повторения на измерванията от началото – $2n(n-1)$.

След съставяне на матрицата N на системата нормални уравнения и инверсирането ѝ за матрицата Q важи формула (6), а за елементите ѝ – обобщените формули (7), (8) и (9) с единствената разлика в изразите a_i и b_i , които в случая са

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{3}l_1, & a_2 &= \frac{1}{3}l_1 + \frac{1}{2}l_2, & a_3 &= \frac{1}{3}l_1 + \frac{1}{2}l_2 + l_3 \\ b_1 &= \frac{1}{3}l_4, & b_2 &= \frac{1}{3}l_4 + \frac{1}{2}l_5, & b_3 &= \frac{1}{3}l_4 + \frac{1}{2}l_5 + l_6 \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

В общия случай за a_i и b_i важат формулите

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \sum_{j=1}^i \frac{1}{n+1-j} l_j, & 1 \leq i \leq n, & i \leq k \leq n \\ b_i &= \sum_{j=n+1}^i \frac{1}{m+1-j} l_j, & n+1 \leq i \leq m, & i \leq k \leq m \end{aligned} \right\}. \quad (13)$$

За обратната тежест на превишението между точките на срещата важи формула (11) с единствената разлика в изчисляването на величината L . В случая L се определя по формулата

$$L = \sum_{j=1}^n \frac{1}{n+1-j} l_j + \sum_{j=n+1}^m \frac{1}{m+1-j} l_j. \quad (14)$$

Ако в двата подземни хода броят на точките е еднакъв и равен на n , и разстоянията между съседните репери в отделните ходове са еднакви и равни на l , то формулите (11) и (14) добиват вида

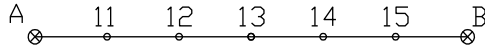
$$\left. \begin{aligned} Q_{\Delta h}^{(1)} &= 2nl + Q_{AA} + Q_{BB} - 2Q_{AB} \\ Q_{\Delta h}^{(2)} &= 2 \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+1-k} l_k + Q_{AA} + Q_{BB} - 2Q_{AB} \end{aligned} \right\}, \quad (15)$$

където индексът (1) се отнася за еднократното измерване на двата хода, а индексът (2) – с повторения.

От сравнението на двете формули (15) следва

$$Q_{\Delta h}^{(2)} < Q_{\Delta h}^{(1)}. \quad (16)$$

След прокопаването на тунела, двата подземни се свързват в един, който се измерва и изравнява наново и получените окончателни коти на реперите служат за довършителните работи и монтажа на оборудването. Разглежда се предварителната оценка на точността на подземния нивелачен ход (фиг. 5) при безгрешни изходни данни.



Фиг. 5

Матрицата A с коефициентите на уравненията на поправките и матрицата с тежестите P в случая са

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Матрицата N на системата нормални уравнения е

$$N = \begin{pmatrix} p_1 + p_2 & -p_2 & 0 & 0 & 0 \\ -p_2 & p_2 + p_3 & -p_3 & 0 & 0 \\ 0 & -p_3 & p_3 + p_4 & -p_4 & 0 \\ 0 & 0 & -p_4 & p_4 + p_5 & -p_5 \\ 0 & 0 & 0 & -p_5 & p_5 + p_6 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

След инверсирането на N за матрицата $Q = N^{-1}$ се получава

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{L_1(L-L_1)}{L} & \frac{L_1(L-L_2)}{L} & \frac{L_1(L-L_3)}{L} & \frac{L_1(L-L_4)}{L} & \frac{L_1(L-L_5)}{L} \\ \frac{L_1(L-L_2)}{L} & \frac{L_2(L-L_2)}{L} & \frac{L_2(L-L_3)}{L} & \frac{L_2(L-L_4)}{L} & \frac{L_2(L-L_5)}{L} \\ \frac{L_1(L-L_3)}{L} & \frac{L_2(L-L_3)}{L} & \frac{L_3(L-L_3)}{L} & \frac{L_3(L-L_4)}{L} & \frac{L_3(L-L_5)}{L} \\ \frac{L_1(L-L_4)}{L} & \frac{L_2(L-L_4)}{L} & \frac{L_3(L-L_4)}{L} & \frac{L_4(L-L_4)}{L} & \frac{L_4(L-L_5)}{L} \\ \frac{L_1(L-L_5)}{L} & \frac{L_2(L-L_5)}{L} & \frac{L_3(L-L_5)}{L} & \frac{L_4(L-L_5)}{L} & \frac{L_5(L-L_5)}{L} \end{pmatrix}. \quad (19)$$

От (19) лесно се извежда обобщената формулата за коефициентите на Q [3], а именно

$$Q_{i,k} = \frac{L_i(L-L_k)}{L}, \quad i \leq k, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (20)$$

Без извод се дава формулата за коефициентите на матрицата Q в случая, когато се отчита влиянието на грешките в изходните данни:

$$Q_{i,k} = \left. \begin{aligned} & \frac{L_i(L-L_k)}{L} + \frac{L-L_i}{L} \cdot \frac{L-L_k}{L} Q_{AA} + \frac{L_i}{L} \cdot \frac{L_k}{L} Q_{BB} \\ & + \frac{L_i}{L} \cdot \frac{L-L_k}{L} Q_{AB} + \frac{L-L_i}{L} \cdot \frac{L_k}{L} Q_{AB} \end{aligned} \right\}, \quad (21)$$

където

$$\begin{pmatrix} Q_{AA} & Q_{AB} \\ Q_{AB} & Q_{BB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{AA} - \frac{L-L_1}{L \cdot L_1} & N_{AB} - \frac{1}{L} \\ N_{AB} - \frac{1}{L} & N_{BB} - \frac{L_5}{L(L-L_5)} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

За средната точка в полигоновия ход при безгрешни изходни данни от формула (20) за средната квадратна грешка на котата се получава

$$m_H = \frac{1}{2} m_0 \sqrt{L}. \quad (23)$$

При отчитане на грешките от изходните данни от (21) следва

$$m_H = \frac{1}{2} m_0 \sqrt{L + Q_{AA} + 2Q_{AB} + Q_{BB}}. \quad (24)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пенев, П.* Геодезически мрежи и методи за определяне на деформации на инженерни съоръжения. София. Дисертация, 1981.
2. *Атанасов, Ст.* Теория на математическата обработка на геодезическите измервания. София. Техника, 1978.
3. *Сальников, В. И.* К оценке точности при уравнивания нивелирного хода. „Изв. ВУЗ-Геодезия и аэрофотосъёмка“, № 6, Москва, 1977.

PRELIMINARY ASSESSMENT OF THE ACCURACY OF THE TUNNEL ENGINEERING-GEODETIC NETWORK

P. Penev¹, A. Angelov²

Keywords: engineering geodesy, tunnel engineering-geodetic network, assessment of the accuracy, elevations

ABSTRACT

The paper discusses methods for preliminary evaluation of the accuracy of tunnel engineering-geodetic network. There are two different approaches to solution of this problem - combined adjustment of ground and underground network as well as separate in two stages. In both ways, a method of adjustment by partially free networks is used. An example of implementation of the second approach estimating the accuracy of leveling underground network is provided. The final formulas for calculating the mean square error of the mid-points of leveling ground running, with and without including the errors in source data, are displayed.

¹ Penio Penev, Prof. Dr. Eng., Dept. "Applied Geodesy", UACEG, 1 H. Smirnski Blvd., Sofia 1046, e-mail: penevp_fgs@uacg.bg

² Antonio Angelov, Chief Assist. Prof. Dr. Eng., Dept. "Applied Geodesy", UACEG, 1 H. Smirnski Blvd., Sofia 1046, e-mail: angelov_fgs@uacg.bg