

Получена: 11.10.2017 г.

Приета: 20.10.2017 г.

ОТКРИВАНЕ НА МЯСТО С ПОВРЕДА В ПРОСТА ГРЕДА ЧРЕЗ ВИБРАЦИОННИ МЕТОДИ

Д. Киндова-Петрова¹

Ключови думи: откриване на място с повреда, ротационна пружина, собствена честота, кривина на собствените форми на трептене

РЕЗЮМЕ

Наличието на повреда в конструктивния елемент предизвиква локално изменение на коравината му, което води до промени в собствените му честоти и форми на трептене. В настоящата статия се изследва ефективността и точността на два вибрационни метода за откриване на повреда. Единият от тях се основава на собствените честоти на трептене, а другият – на кривината на собствените форми на трептене. Получените резултати за предполагаемото място на повредата са сравнени с действителното положение на пукнатината в проста греда, моделирана с помощта на обемни крайни елементи.

1. Въведение

В последно време нараства интересът към теоретичните и експерименталните изследвания във връзка с откриването на повреди в конструктивни елементи. Съвременната електронноизчислителна техника и непрекъснато усъвършенстващият се софтуер правят възможно използването на нови подходи и технологии за моделиране на сложни процеси, такива като възникването и разпространението на пукнатини. За целта са разработени различни безразрушителни методи с използване на рентгенови лъчи, ултразвук, проникване на течност или електромагнитни частици и др. Относително високата цена на съответната апаратура и на самото изследване са причини да се търсят други решения. Възможността да се откриват местата, разположението, вида и размера на пук-

¹ Димитрина Киндова-Петрова, гл. ас. д-р инж., кат. „Техническа механика“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: dkindova@abv.bg

натините чрез начина на динамично реагиране на конструктивния елемент на външни смущения изглежда все по-привлекателна. Вибрационните методи са относително евтини и бързи. Те могат да се използват за оценка на състоянието на конструктивни елементи, до които няма осигурен достъп. Чрез някои вибрационни методи може да се направи оценка на състоянието не само на отделен елемент, но и на конструкцията като цяло.

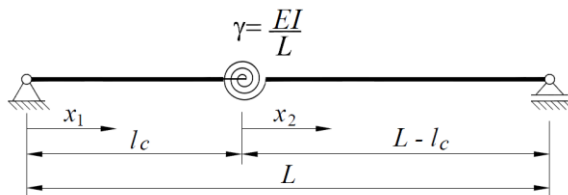
Детайлен преглед на вибрационните методи са предложили Доублинг и колектив [1, 2], Сохн и колектив [3], Гуан и Карбхари [4], Синоу [5]. Голяма част от вибрационните методи са въз основа на изменението на собствената честота на трептене [6 – 9], като в труд [10] може да се открие критичен преглед на по-стари изследвания. Някои от методите са въз основа на формите на трептене [11 – 13] или техните производни [14 – 16]. Други вибрационни методи използват честотната функция на реагиране [17, 18] или актуализация на физичните параметри на числен модел [19, 20], така че данните от статичното или динамичното реагиране на конструкцията да съвпадат с тези на модела и др.

Целта на настоящата статия е да изследва ефективността и точността на два вибрационни метода за откриване на повреда. Единият от тях се основава на собствените честоти на трептене, а другият – на кривината на собствените форми на трептене. Получените резултати за предполагаемото място на повредата са сравнени с действителното положение на пукнатината в проста греда, моделирана с помощта на обемни крайни елементи.

2. Вибрационни методи за откриване на повреди

2.1. Метод въз основа на собствените честоти на трептене

Разглежданият метод [7], [21] използва измерените собствени честоти на гредовата конструкция за да открие мястото с дефект. Повредата се моделира чрез ротационна линейно-еластична пружина с константа $\gamma EI/L$, където γ е даден множител за определяне на пружинната константа като част от специфичната коравина на гредата на огъване EI/L . Пружината е разположена на разстояние l_c от левия край на гредата (фиг. 1).



Фиг. 1. Моделиране на повредата с ротационна пружина

Диференциалните уравнения на свободните напречни трептения на греда с постоянно напречно сечение от хомогенен еластичен материал в двата участъка са [22]:

$$\frac{\partial^4 w_i}{\partial x_i^4} + \frac{m'}{EI} \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = 0, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

където $0 \leq x_1 \leq l_c$ и $0 \leq x_2 \leq L - l_c$ са координатите на точки по оста на гредата, съответно за първи и втори участък, t е времето, $w_i(x_i, t)$ са напречните премествания в първи (при $i = 1$) и втори (при $i = 2$) участък и m' е масата за единица дължина от гредата.

За уравнения (1) се търсят решения от вида:

$$w_i(x_i, t) = \bar{w}_i(x_i) e^{i\omega t}. \quad (2)$$

Тук $i = \sqrt{-1}$, ω е кръговата честота на трептене и $\bar{w}_i(x_i)$ са напречните премествания на точките от оста на гредата.

От равенства (1) и (2) се получават диференциалните уравнения:

$$\frac{d^4 \bar{w}_i}{dx_i^4} - \frac{m'}{EI} \omega^2 \bar{w}_i = 0. \quad (3)$$

За удобство се въвеждат следните безизмерни параметри:

$$X_i = \frac{x_i}{L}, \quad W_i = \frac{\bar{w}_i}{L}, \quad \alpha = \frac{l_c}{L}, \quad \lambda^4 = \frac{m' L^4}{EI} \omega^2. \quad (4)$$

Замествайки зависимости (4) в уравнения (3) се стига до системата обикновени диференциални уравнения за двата участъка:

$$\frac{d^4 W_i}{dX_i^4} - \lambda^4 W_i = 0. \quad (5)$$

Общите решения на диференциалните уравнения (5) са:

$$W_i(X_i) = A_i \cos \lambda X_i + B_i \sin \lambda X_i + C_i \cosh \lambda X_i + D_i \sinh \lambda X_i. \quad (6)$$

Удовлетворявайки граничните условия [23] за опорните сечения и за мястото на повредата се получава система от осем характеристични уравнения. За гредата на две опори тази система може да бъде опростена и да се сведе до едно характеристично уравнение [23]:

$$\gamma = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{1}{\cot(\lambda\alpha) + \cot(\lambda - \lambda\alpha)} - \frac{1}{\coth(\lambda\alpha) + \coth(\lambda - \lambda\alpha)} \right). \quad (7)$$

Като се използва уравнение (7), се начертават графиките на изменение на γ спрямо мястото на пукнатината α за първите три честоти на трептене. Тъй като параметърът γ не зависи от формата на трептене и пукнатината е само една, трите графики трябва да се пресичат в една точка. Всъщност, при гредата на две опори поради симетрията на конструкцията пресечните точки са две [21], [24].

За да имат трите криви обща точка, трябва модулът на еластичност E да се калибрира [24]. Новата му стойност се нарича ефективна E_{eff} и се определя за всяка форма на трептене от следния израз:

$$E_{eff} = \frac{m'}{I} \omega_{um}^2 \left(\frac{L}{\lambda_{um}} \right)^4, \quad (8)$$

където λ_{um} е теоретично изчисленият честотен параметър на гредата без повреди, а ω_{um} е измерената честота на гредата без повреди. Стойността на E_{eff} се използва при определяне на λ от зависимости (4).

Основен недостатък на представения метод е необходимостта от удовлетворяване на различни гранични условия за различните схеми на подпирание на гредовите елементи. Чрез него е възможно да се откриват само единични повреди. При наличие на повреди на повече места трябва да се използва друг теоретичен модел. За прилагане на метода се изисква информация за измерената собствена честота на гредата без повреди, която не във всички случаи може да бъде осигурена.

2.2. Метод въз основа на кривината на собствените форми на трептене

Кривината на гредата и огъвателната ѝ коравина EI се намират в обратнопропорционална зависимост. Появата на повреда намалява коравината на гредата, което води до увеличаване на кривината ѝ. Промяната в кривината е локална и указва мястото на повреда. Панди и колектив [15] използват абсолютната разлика между кривините на собствените форми на трептене на повредената и на неповредената греда. Предложеният индекс е наречен кривина на формата на трептене (mode shape curvature, MSC):

$$MSC_{(k)} = \sum_{j=1}^N \left| \left(\Phi_{j,k}^d \right)'' - \left(\Phi_{j,k}^u \right)'' \right|, \quad (9)$$

където N е броят на разглежданите форми на трептене, $\left(\Phi_{j,k}^d \right)''$ и $\left(\Phi_{j,k}^u \right)''$ са кривините на j -тата форма на трептене на гредата при k -тата координата съответно при наличие и при липса на повреда.

Панди и колектив [15] изчисляват $\left(\Phi_{j,k} \right)''$ кривината на j -тата форма на трептене при k -тата координата, използвайки формулите за числено диференциране с централна разлика за определяне на втората производна на функция:

$$\left(\Phi_{j,k} \right)'' = \frac{\Phi_{j,k-1} - 2\Phi_{j,k} + \Phi_{j,k+1}}{h_m^2}, \quad (10)$$

където $\Phi_{j,k}$ е преместването на точка от оста на гредата при k -тата координата за j -тата форма на трептене, h_m е разстоянието между точките на отчитане.

За удобство индексите $MSC_{(k)}$ могат да се нормализират и да се запишат във вида:

$$nMSC_{(k)} = \frac{\sum_{j=1}^N \left| \left(\Phi_{j,k}^d \right)'' - \left(\Phi_{j,k}^u \right)'' \right|}{\max \left(\sum_{j=1}^N \left| \left(\Phi_{j,k}^d \right)'' - \left(\Phi_{j,k}^u \right)'' \right| \right)}, \quad (11)$$

където $\max \left(\sum_{j=1}^N \left| \left(\Phi_{j,k}^d \right)'' - \left(\Phi_{j,k}^u \right)'' \right| \right)$ е максималната стойност на сумата от абсолютните разлики между кривините на съответните форми на трептене на повредената и на неповредената греда.

Големите екстремни стойности на индексите MSC и $nMSC$ указват местата с възможно наличие на пукнатина. При единична повреда индексът $nMSC$ има стойност, равна на единица, в мястото на повредата.

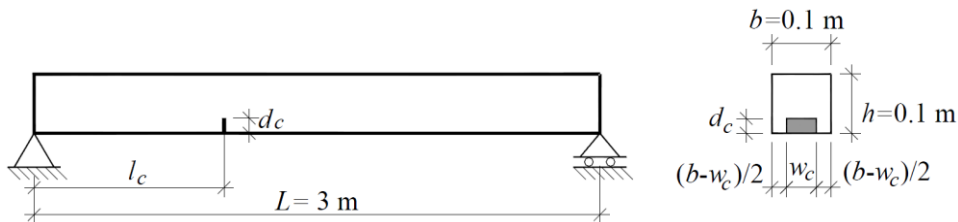
3. Числен пример

Извършени са числени изследвания за греда с дължина $L = 3$ m, височина на напречното сечение $h = 0,1$ m и ширина $b = 0,1$ m (фиг. 2). Материалът е с модул на еластичност $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ N/m², обемна плътност $\rho = 7850$ kg/m³ и коефициент на Поасон $\nu = 0,3$. Собствените честоти и форми на трептене за различните положения и размери на пукнатината са получени чрез компютърната програма SAP2000. Използвани са 8-възлови обемни (solid) елементи, които разделят напречното сечение на 72 части, а дължината на гредата на 20 равни части.

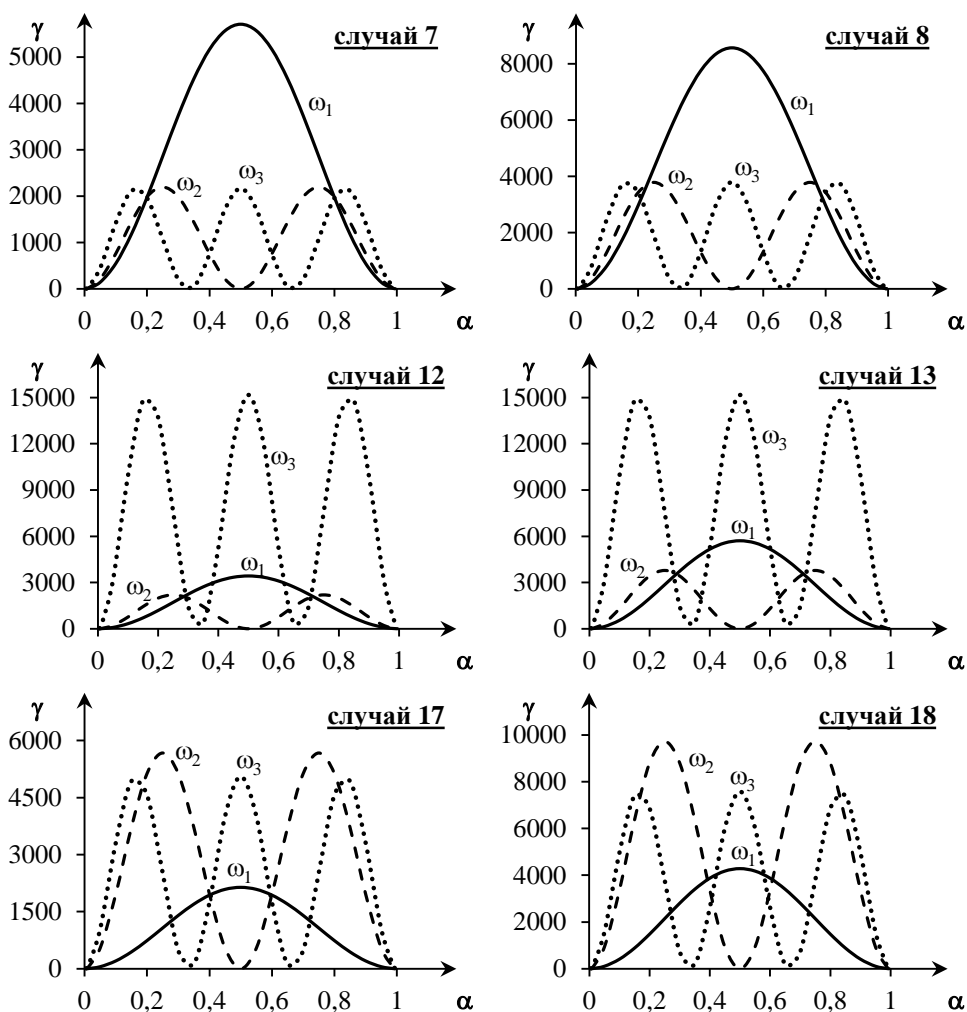
Таблица 1. Параметри на пукнатината за различните случаи на повреда

Случай	Положение на пукнатината l_c [m]	Размери на пукнатината	
		Дълбочина d_c [mm]	Ширина w_c [mm]
1	0,3	10	100
2		5	100
3		5	75
4		5	50
5		5	25
6	0,6	10	100
7		5	100
8		5	75
9		5	50
10		5	25
11	0,9	10	100
12		5	100
13		5	75
14		5	50
15		5	25
16	1,2	10	100
17		5	100
18		5	75
19		5	50
20		5	25
21	1,5	10	100
22		5	100
23		5	75
24		5	50
25		5	25

Разгледани са 25 случая на единична пукнатина, която има различно положение и размери (фиг. 2). Параметрите ѝ за отделните случаи са дадени в табл. 1. Пукнатината е моделирана чрез отделяне на обемните елементи в конкретни възли.



Фиг. 2. Геометрия на гредата с единична пукнатина



Фиг. 3. Характерни графики на изменение на γ спрямо α за първите три собствени форми

3.1. Прогнозиране на повредата въз основа на собствените честоти на трептене

На фиг. 3 са представени характерни графики за изменение на γ спрямо α за разглежданите случаи на повреда. При използване на E_{eff} би трябвало и трите графики да се пресичат в една точка, но в повечето случаи това не е така. За да се избегне субективната грешка при графичното отчитане на пресечната точка, се използват аналитични методи, чрез които се определят пресечните точки на кривите по двойки. Като краен резултат за положението на пукнатината се приема средноаритметичната стойност на трите резултата.

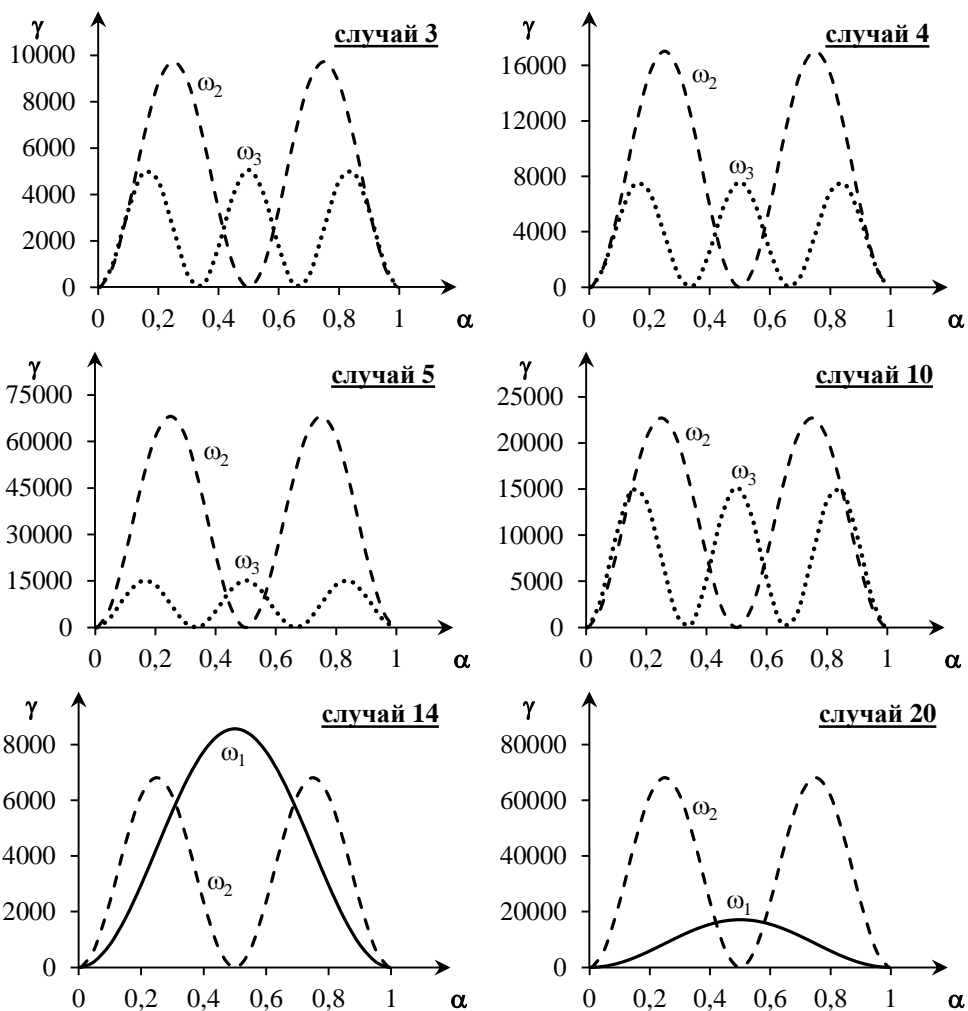
Методът има много добра точност при определяне на мястото на пукнатините. В табл. 2 може да се види, че максималната грешка при определяне на положението на пукнатината е 3,25% (случай 2).

Таблица 2. Сравнение на действителното и изчисленото положение на пукнатината

Случай	Действително положение на пукнатината		Изчислено положение на пукнатината		Грешка при определяне на α [%]		
	α	l_c [m]	α_c	$l_{c,c}$ [m]			
1	0,1	0,3	0,1094	0,3282	0,94		
2			0,1325	0,3975	3,25		
3, 4, 5			-	-	-		
6			0,2	0,6	0,2002	0,6006	0,02
7					0,1999	0,5997	-0,01
8	0,2129	0,6387			1,29		
9	0,2093	0,6279			0,93		
10	-	-			-		
11	0,3	0,9			0,3023	0,9069	0,23
12			0,2903	0,8709	-0,97		
13			0,2830	0,8490	-1,70		
14, 15			-	-	-		
16			0,4	1,2	0,3992	1,1976	-0,08
17	0,4026	1,2078			0,26		
18	0,4060	1,2180			0,60		
19	0,4024	1,2072			0,24		
20	-	-			-		
21, 22, 23, 24, 25	0,5	1,5	-	-	-		

При някои случаи на повреда мястото на пукнатината не може да се определи, защото честотата на трептене на гредата с пукнатина е равна на честотата на гредата без пукнатина. Ако се използва пресечната точка на графиките само за две от честотите, то отново е възможно да се получат резултати за мястото на пукнатината. При случай 3 и

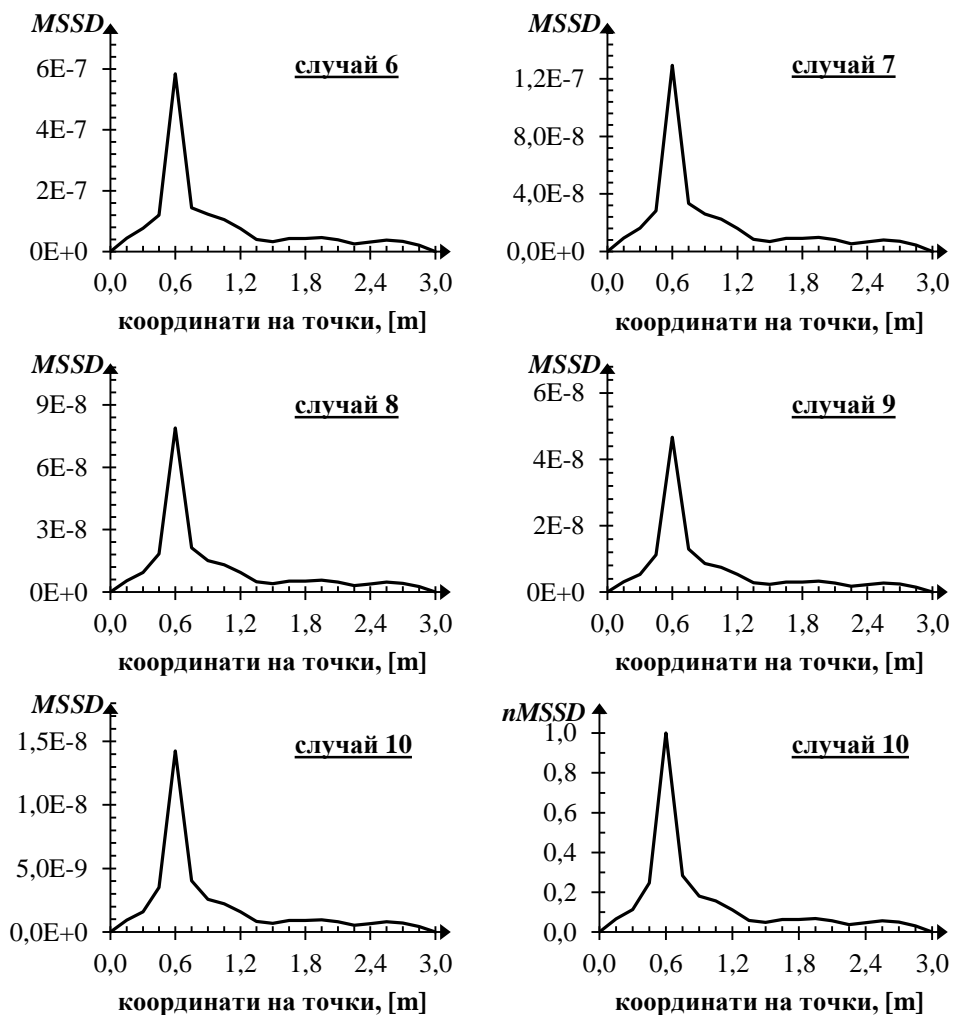
при случай 10 двете графики на $\gamma(\alpha)$ имат четири общи точки (фиг. 4). Една около мястото на повредата ($\alpha = 0,1$ за случай 3, $\alpha = 0,2$ за случай 10), друга около $\alpha = 0,4$ и съответните им симетрични точки. Получават се повече предполагаеми места с повреда, отколкото реално съществуват, но грешката при определяне на положението на повредата за случай 3 е 0,44% и 5,06% за случай 10. При случай 4 и при случай 5 двете графики на $\gamma(\alpha)$ нямат пресечна точка около мястото на повредата ($\alpha = 0,1$), но се пресичат около $\alpha = 0,4$, където няма пукнатина. При случай 14 и при случай 20 графиките имат само две общи точки. Едната е в близост до мястото с повреда, а другата е симетрична на нея. За тези два случая грешката при определяне на позицията на пукнатината е по-малка от 2%. При случай 15 две от честотите на повредената и на неповредената греда са равни и не може да се определи мястото на пукнатината.



Фиг. 4. Графики на изменение на γ спрямо α за две от собствените честоти

За всички разглеждани размери на пукнатината, когато тя се намира по средата на дължината на гредата, собствените честоти на трептене за втора форма на повредената и на неповредената греда са равни. Графиките на $\gamma(\alpha)$ за първа и за трета форма се пресичат около $\alpha = 0,25$, а за случай 21 и случай 23 и около $\alpha = 0,45$. При това положение на пукнатината се получават недостоверни резултати за възможното място на повредата.

В разгледаната гредова конструкция чрез метода въз основа на собствените форми на трептене може да се определи предполагаемото място на пукнатина с дълбочина до $d_c = 5$ mm и ширина, равна на ширината на напречното сечение. За някои от останалите случаи е възможно да се получат резултати за предполагаемото място на повредата, но с по-ниска степен на достоверност. Поради симетрията на конструкцията винаги трябва да се проверяват две сечения на гредата, като не може да се дефинира при кое от двете сечения се намира повредата.

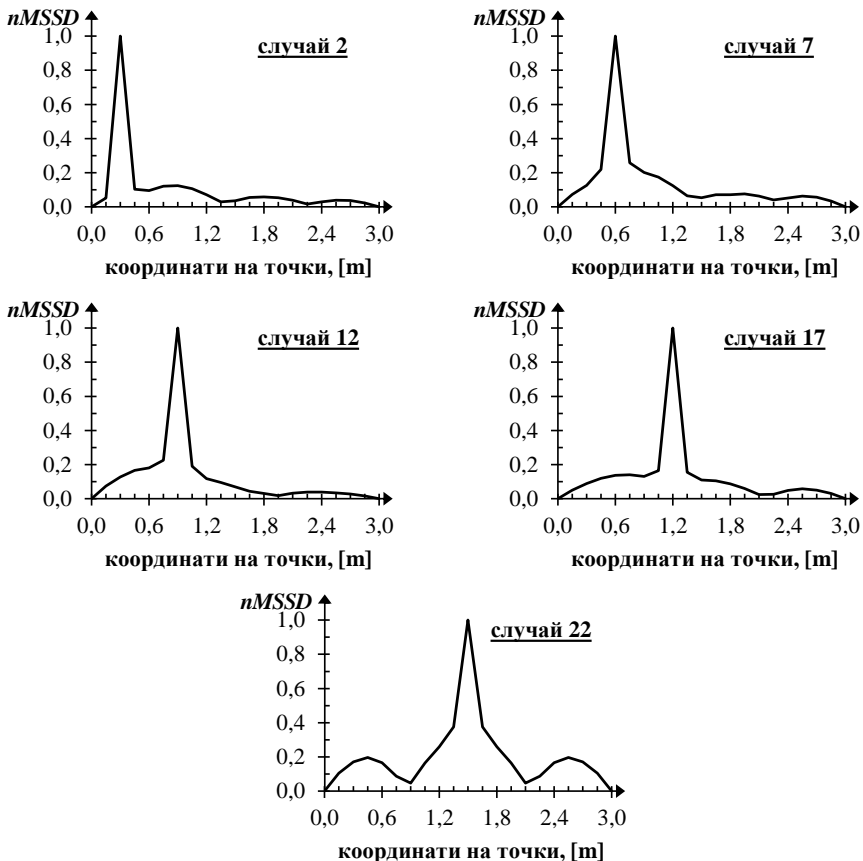


Фиг. 5. Графики на $MSSC$ и $nMSSC$ индексите спрямо координатите на точките от оста на гредата при $l_c = 0,6$ m

3.2. Прогнозиране на мястото на повредата въз основа на кривината на собствените форми на трептене

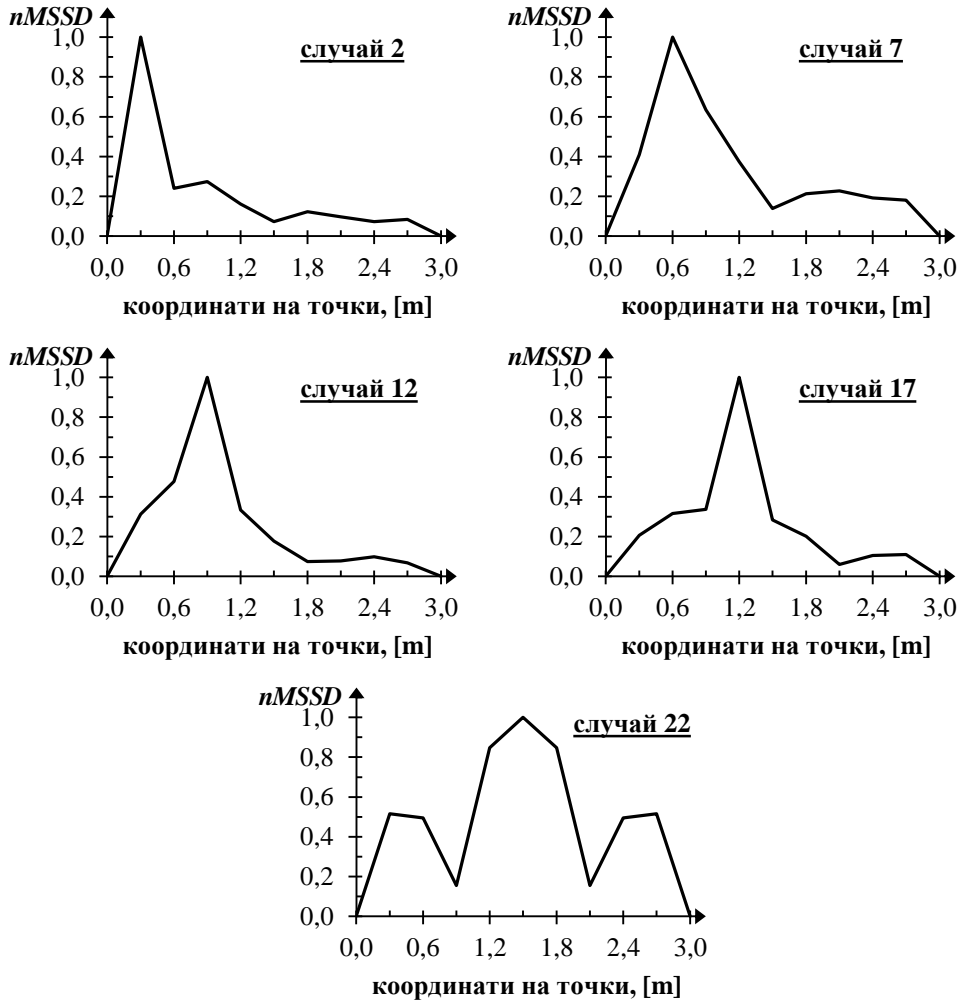
За определяне на MSC и $nMSC$ индексите са използвани първите три форми на трептене на гредата. На фиг. 5 са представени на графиките на изменението им спрямо точките от оста на гредата при наличие на пукнатина на 0,6 m от левия ѝ край. Точките на отчитане са разположени през 0,15 m. Забелязва се, че с намаляване на размерите на пукнатината намаляват и стойностите на MSC индексите, като видът на графиката остава непроменен. Ако се начертаят графиките на $nMSC$ индексите при $l_c = 0,6$ m (фиг. 5), то графиките за различните случаи приблизително съвпадат. Максималната разлика между стойностите на $nMSC$ индексите за дадена точка от оста на гредата при различните размери на пукнатините е по-малка от 20%.

На фиг. 6 са представени графиките на изменение на $nMSC$ индексите спрямо координатите на точките от оста на гредата при различни положения на пукнатина с размери $d_c = 5$ mm и $w_c = 100$ mm. Точките на отчитане отново са през 0,15 m. Графиките се характеризират с екстремум със стойност единица в мястото на повредата. При пукнатина, по средата на дължината на гредата (фиг. 6, случай 22), в графиката се получават още два екстремума в сечения, близки до краищата на гредата. Тези екстремни стойности могат неправилно да се изтълкуват като вероятно положение на повреда.



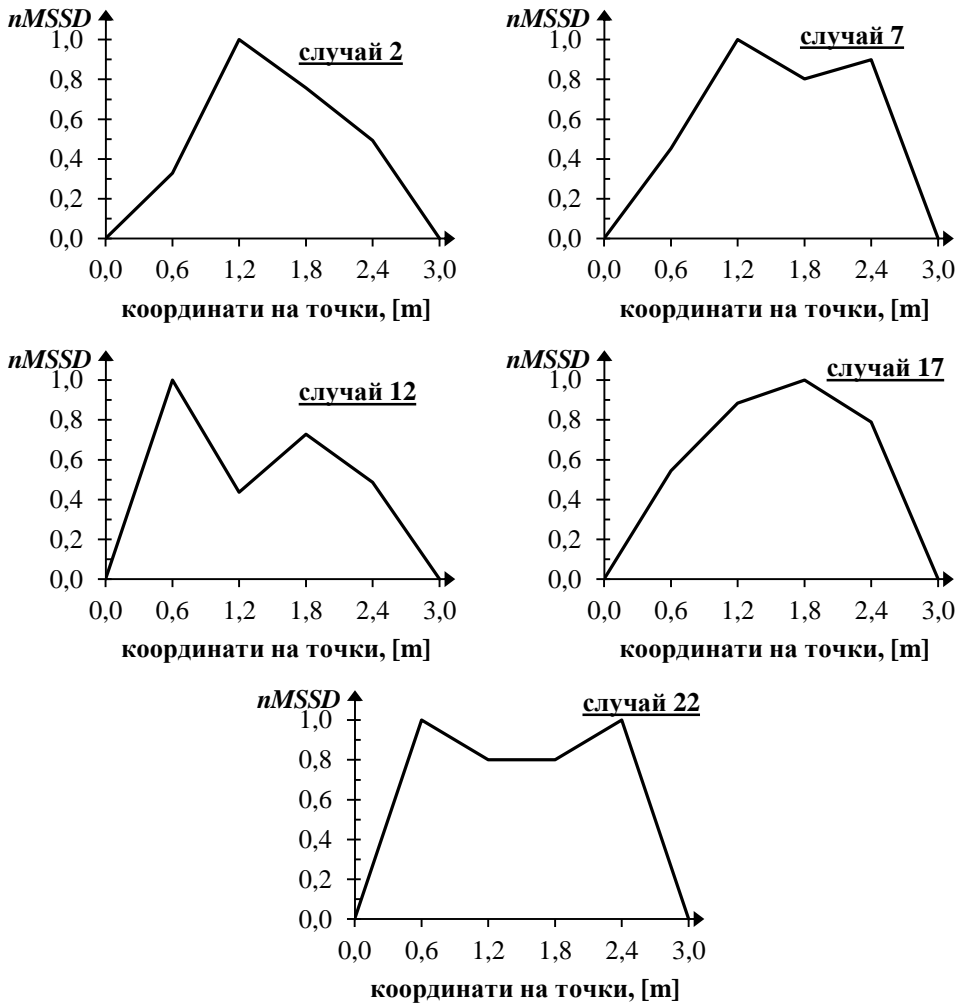
Фиг. 6. Графики на изменение на $nMSC$ индексите спрямо координатите на 21 точки от оста на гредата за различни положения на пукнатина с размери $d_c = 5$ mm и $w_c = 100$ mm

На фиг. 7 са представени графиките на изменение на $nMSC$ индексите спрямо координатите на 11 точки от оста на гредата при различно положение на пукнатина с размери $d_c = 5 \text{ mm}$ и $w_c = 100 \text{ mm}$. Както и при делене на оста на гредата от 21 точки (фиг. 6) и на фиг. 7 графиките имат екстремум със стойност единица в мястото на повредата. При разделяне на гредата на 10 равни части при случай 22 (фиг. 7) отново се получават още два екстремума, които не са в мястото на повредата. Тяхната стойност е приблизително два пъти по-голяма, отколкото при делене на гредата на 20 части (фиг. 6, случай 22).



Фиг. 7. Графики на изменение на $nMSC$ индексите спрямо координатите на 11 точки от оста на гредата за различни положения на пукнатина с размери $d_c = 5 \text{ mm}$ и $w_c = 100 \text{ mm}$

На фиг. 8 са представени графиките на изменение на $nMSC$ индексите при 6 точки на отчитане за различни положения на пукнатина с размери $d_c = 5 \text{ mm}$ и $w_c = 100 \text{ mm}$. При всички графики мястото на екстремума не съвпада с действителното положение на пукнатината и получаваните резултати са недостовърни.



Фиг. 8. Графики на изменение на $nMSC$ индексите спрямо координатите на 6 точки от оста на гредата за различни положения на пукнатина с размери $d_c = 5 \text{ mm}$ и $w_c = 100 \text{ mm}$

Методът въз основа на кривината на собствените форми на трептене открива мястото с повреда във всички разгледани случаи при делене на оста на гредата на 10 и повече равни части. При по-малко на брой точки за отчитане на формите на трептене положението на пукнатината не може да бъде определено. Размерът на повреда не оказва значително влияние върху графиките на $nMSC$ индексите.

4. Изводи

В статията са приложени два вибрационни метода за откриване на повреда в гредови елемент. Единият от тях се основава на собствените честоти на трептене, а другият – на кривината на собствените форми на трептене. За прилагането и на двата метода се използва информация от неповреденото състояние на конструкцията, която не винаги

може да бъде осигурена. Точността на първия метод зависи от промяната на честотата на трептене на гредата с повреда спрямо честотата на гредата без повреда. Чрез него могат да се локализируют пукнатини с дълбочина, по-голяма или равна на 5% от височината на сечението и ширина, равна на ширината на напречното сечение. Грешките при определяне на мястото с повреда се увеличават с приближаване на повредата към опората и с намаляване на размера на повредата. При наличие на пукнатина по средата на дължината на проста греда методът въз основа на собствените честоти на трептене е неефективен, тъй като за втора форма на трептене честотата на повредената и неповредената греда са равни. Точността на втория метод зависи изключително от броя на точките на отчитане. При разделяне на дължината на гредата на 5 равни части получените резултати не съответстват на действителното положение на пукнатината. При разделяне на гредата на 10 и на 20 части повредата може да бъде точно локализирана чрез този метод. Вторият метод е универсален и може да се прилага при различни статически схеми на гредата. С него могат да се откриват както единични, така и множество повреди в един и същи конструктивен елемент.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Doebling, S., Farrar, C., Prime, M., Shevitz, D.* Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review. Technical Report LA-13070-MS, Los Alamos National Lab., Los Alamos, 1996.
2. *Doebling, S., Farrar, C., Prime, M.* A Summary Review of Vibration-Based Damage Identification Methods. Shock and Vibration Digest, 30, с. 91 – 105, 1998.
3. *Sohn, H., Farrar, C., Hemez, F., Shunk, D., Stinemates, D., Nadler, B., Czarnecki, J.* A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996-2001. Technical Report LA-13976-MS, Los Alamos National Lab., Los Alamos, 2004.
4. *Guan, H., Karbhari, V.* Vibration-Based Structural Health Monitoring of Highway Bridges. Technical Report CA06-0081, Dept. of Structural Eng., Univ. of California, San Diego, Calif., 2008.
5. *Sinou, J.* A Review of Damage Detection and Health Monitoring of Mechanical Systems from Changes in the Measurement of Linear and Non-Linear Vibrations. Mechanical Vibrations: Measurement, Effects and Control, R.C. Sapri, ed, Nova Science Publishers, с. 643 – 702, 2009.
6. *Adams, R., Cawley, P., Pye, C., Stone, B.* A Vibration Technique for Non-Destructively Assessing the Integrity of Structures. J. of Mech. Eng. Science, 20, с. 93 – 100, 1978.
7. *Rizos, P., Aspragathos, N., Dimarogonas, A.* Identification of Crack Location and Magnitude in a Cantilever Beam from the Vibration Modes. J. of Sound and Vibration, 138, с. 381 – 388, 1990.
8. *Lee, Y., Chung, M.* A Study on Crack Detection Using Eigenfrequency Test Data. Computers & Structures, 77, с. 327 – 342, 2000.
9. *Barad, K., Sharma, D., Vyas, V.* Crack Detection in Cantilever Beam by Frequency Based Method. Procedia Engineering, NUiCONE2012, 51, с. 770 – 775, 2013.

10. *Salawu, O.* Detection of Structural Damage through Changes in Frequency: A Review. *Eng. Structures*, 19, c. 718 – 723, 1997.
11. *Allemang, R., Brown, D.* A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis. *Proc. First Int. Modal Anal. Conf.*, c. 110 – 116, 1982.
12. *Lieven, N., Ewins, D.* Spatial Correlation of Modespaces: The Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC). *Proc. Sixth Int. Modal Anal. Conf.*, c. 1063 – 1070, 1988.
13. *Mayes, R.* Error Localization Using Mode Shapes: An Application to a Two Link Robot Arm. *Proc. Tenth Int. Modal Anal. Conf.*, c. 886 – 891, 1992.
14. *Pandey, A., Biswas, M., Samman, M.* Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes. *J. of Sound and Vibration*, 145, c. 321 – 342, 1991.
15. *Ho, Y., Ewins, D.* On the Structural Damage Identification with Mode Shapes. *Proc. COST F3 Conf. on System Identification and Structural Health Monitoring*, c. 677–686, 2000.
16. *Stubbs, N., Kim, J., Topple, K.* An Efficient and Robust Algorithm for Damage Localization in Offshore Platforms. *Proc. ASCE Tenth Structural Congress*, c. 543 – 546, 1992.
17. *Wang, Z., Lin, R., Lim, M.* Structural Damage Detection Using Measured FRF Data. *Computer Methods in Applied Mech. and Eng.*, 147, c. 187 – 197, 1997.
18. *Fanning, P., Carden, E.* Experimentally Validated Added Mass Identification Algorithm Based on Frequency Response Functions. *J. of Eng. Mech.*, 130, c. 1045 – 1051, 2004.
19. *Friswell, M., Mottershead, J.* *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics.* Kluwer Academic Publishers, 1995.
20. *Marwala, T.* *Finite Element Model Updating Using Computational Intelligence Techniques: Applications to Structural Dynamics.* Springer, 2010.
21. *Liang, R., Choy, F., Hu, J.* Detection of Cracks in Beam Structures Using Measurements of Natural Frequencies. *Journal of the Franklin Institute*, 328, c. 505 – 518, 1991.
22. *Nandwana, B., Maiti, S.* Detection of the location and size of a crack in stepped cantilever beams based on measurements of natural frequencies. *Journal of Sound and Vibration*, 203, c. 435 – 446, 1997.
23. *Кундова-Петрова, Д.* Изследвания на умора при строителни конструкции. Дисертационен труд, УАСГ, София, 2014.
24. *Nandwana, B., Maiti, S.* Modelling of Vibration of Beam in Presence of Inclined Edge or Internal Crack for Its Possible Detection based on Frequency Measurements. *Engineering Fracture Mechanics*, 58, c. 193 – 205, 1997.

DAMAGE DETECTING IN A SIMPLY SUPPORTED BEAM USING VIBRATION-BASED METHODS

D. Kindova-Petrova¹

Keywords: damage detection, rotational spring, natural frequency, mode shape curvature

ABSTRACT

The crack present in the component imparts local flexibility to the element, which leads to reduction in natural frequencies and mode shapes. In this paper the effectiveness and the accuracy of two vibration-based methods are evaluated. One of them is based on natural frequency and the other is based on mode shape curvature. The predicted damage locations are compared with the actual data obtained from finite element model of simply supported beam.

¹ Dimitrina Kindova-Petrova, Assist. Prof. Dr. Eng., Dept. "Technical Mechanics", UACEG, 1 H. Smirnovski Blvd., Sofia 1046, e-mail: dkindova@abv.bg