



Получена: 17.09.2019 г.

Приета: 25.09.2019 г.

ОРАЗМЕРЯВАНЕ НА СТОМАНОБЕТОННИ СИМЕТРИЧНИ ДВОЙНО Т-ОБРАЗНИ СЕЧЕНИЯ СЪС СИМЕТРИЧНА АРМИРОВКА, ПОДЛОЖЕНИ НА ОГЪВАЩ МОМЕНТ И ОСОВА ОПЪННА СИЛА

В. Янчев¹

Ключови думи: стоманобетон, деформации, напрежения, симетрична армировка

РЕЗЮМЕ

При изследванията е приета правоъгълната работна диаграма на бетона и билинейната работна диаграма на стоманата с хоризонтален горен клон от Еврокод 2 [1]. На тази база е прието правоъгълно разпределение на напреженията в натисковата зона на стоманобетонното сечение. За да се оразмерят разглежданите стоманобетонни сечения, е необходимо най-напред да се определят относителните ексцентрицитети, съответстващи на всяка от дефинираните в [2] гранични прави на деформациите. Разработени са оразмерителни процедури за определяне на армировката в разглеждания тип сечения, подложени на огъващ момент и осова опънна сила.

1. Въведение

Използването на симетрична армировка при конструирането на елементи с този тип сечения (фиг. 1), се прилага често в строителната практика.

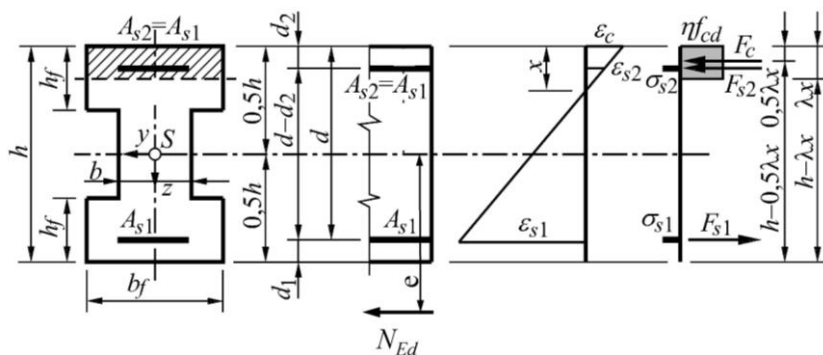
Въведени са величините $m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b_f h^2 \eta f_{cd}}$; $n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b_f h \eta f_{cd}}$, където

$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e$ е изчислителна стойност на огъващия момент в разглежданото сечение;

¹ Владимир Янчев, доц. д-р инж., кат. „Масивни конструкции”, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: vladimir_yanchev@abv.bg

N_{Ed} – изчислителна стойност на нормалната сила в разглежданото сечение;
 f_{cd} – изчислителна стойност на цилиндричната якост на натиск на бетона;
 h, b, b_f, h_f – геометрични размери на двойното Т-образно сечение (фиг. 1);
 ξ – относителна височина на натисковата зона за разглежданата права на деформациите;

$e/h = m_{Ed}/n_{Ed} = M_{Ed}/(N_{Ed}h)$ – относителна стойност на ексцентрицитета на N_{Ed} спрямо ос, минаваща през центъра на тежестта на сечението.



Фиг. 1. Симетрично двойно Т-образно сечение

2. Относителни ексцентрицитети

При оразмеряване на стоманобетонни елементи със симетрични двойно Т-образни напречни сечения, натоварени на огъване с осова сила, важно условие за начина на оразмеряването е положението на нулевата линия [3], което зависи от стойността на относителния ексцентрицитет e/h . В настоящата статия са изведени зависимости, които позволяват да се изчислят относителните ексцентрицитети за съответните гранични прави на деформациите от [2].

2.1. Права A'

Права A' е с параметри: $\xi_{A'} = 0$; $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{s2} = \infty$; $\sigma_{s1} = \sigma_{s2} = f_{yd}$.

Относителният ексцентрицитет, съответстващ на правата A' , е

$$(e/h)_{A'} = 0. \quad (1)$$

2.2. Права B'

Права B' се характеризира от следните параметри: $\xi_{B'} = \frac{|\varepsilon_{cu3}|}{|\varepsilon_{cu3}| + \varepsilon_{yd}} \cdot \frac{d_1/h}{1 - d_1/h}$;

$$\varepsilon_{s1} = (|\varepsilon_{cu3}| + \varepsilon_{yd}) \left(1 - \frac{d_1}{h}\right) / \left(\frac{d_1}{h}\right) - |\varepsilon_{cu3}| > \varepsilon_{yd}; \quad \varepsilon_{s2} = \varepsilon_{yd}; \quad \sigma_{s1} = \sigma_{s2} = f_{yd}.$$

Относителният ексцентрицитет, съответстващ на правата B' , е

$$\left(\frac{e}{h}\right)_{B'} = \frac{0,5}{n_{Ed}} \cdot \frac{\lambda |\varepsilon_{cu3}|}{|\varepsilon_{cu3}| + \varepsilon_{yd}} \cdot \frac{d_1}{h} \left[1 - \frac{\lambda |\varepsilon_{cu3}|}{|\varepsilon_{cu3}| + \varepsilon_{yd}} \cdot \frac{d_1}{h} \right]. \quad (2)$$

2.3. Права C'

Права C' се характеризира от следните параметри: $\xi_{C'} = \frac{d_1/h}{1-d_1/h}$; $\varepsilon_{s2} = 0$;

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu3} \frac{1-2d_1/h}{d_1/h} > \varepsilon_{yd}; \quad \sigma_{s1} = f_{yd}; \quad \sigma_{s2} = 0.$$

Относителният ексцентрицитет, съответстващ на правата C' , е

$$\left(\frac{e}{h}\right)_{C'} = \frac{1}{n_{Ed}} \left[\left(n_{Ed} + \lambda \frac{d_1}{h} \right) \left(0,5 - \frac{d_1}{h} \right) + 0,5\lambda \frac{d_1}{h} \left(1 - \lambda \frac{d_1}{h} \right) \right]. \quad (3)$$

3. Оразмерителни процедури

3.1. За областта на деформирано състояние между правите A' и B'

Оразмеряване при това напрегнато и деформирано състояние се извършва, ако $(e/h)_{A'} < (e/h) < (e/h)_{B'}$.

Характерно за тази област е, че деформацията ε_{s1} и ε_{s2} (фиг. 2) на армировките A_{s1} и A_{s2} са опъни и са по-големи от деформацията при изчислителната граница на провлачане на стоманата ε_{yd} . Следователно съответните напрежения σ_{s1} и σ_{s2} са равни на изчислителната граница на провлачане на стоманата f_{yd} .

От $\Sigma M_{s2} = 0$ и $A_{s1} = A_{s2} = A_s$ при $\sigma_{s1} = \sigma_{s2} = f_{yd}$, следва

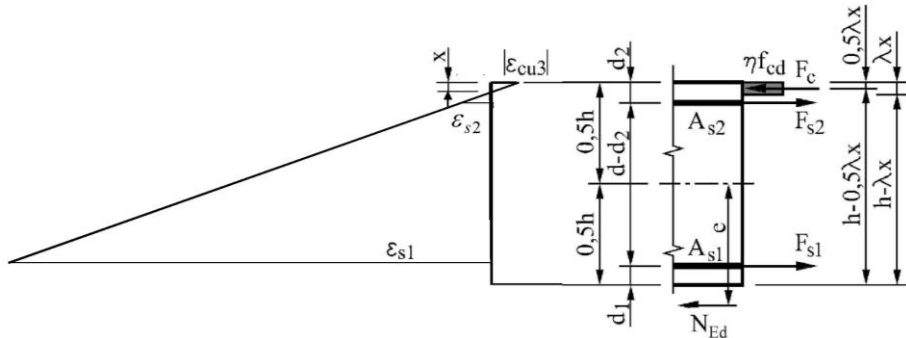
$$N_{Ed} (e + 0,5h - d_2) - A_s f_{yd} (d - d_2) - b_f \lambda x \eta f_{cd} (d_2 - 0,5\lambda x) = 0. \quad (4)$$

От $\Sigma H = 0$ и $A_{s1} = A_{s2} = A_s$, следва

$$N_{Ed} - 2A_s f_{yd} + b_f \lambda x \eta f_{cd} = 0. \quad (5)$$

След преобразуване на (4) при използването на (5), за определяне на $\xi = x/d$ се получава квадратно уравнение. Интерес представлява този корен ξ , за който е изпълнено $\xi_{A'} < \xi < \xi_{B'}$.

Следва намиране последователно на височината на натисквата зона x , на армировката A_s от (5) и на $A_{s,tot} = 2A_s$.



Фиг. 2. Напрегнато и деформирано състояние между правите A' и B'

3.2. За стойности на огъващия момент M_{Ed} и опънната сила N_{Ed} , за които е изпълнено неравенството $(e/h)_B < (e/h) < \infty$

Характерно за този случай е, че деформацията ε_{s1} (фиг. 3) на армировките A_{s1} е опънна и е по-голяма от деформацията при изчислителната граница на провлачане на стоманата ε_{yd} . Следователно съответното напрежение σ_{s1} е равно на изчислителната граница на провлачане на стоманата f_{yd} .

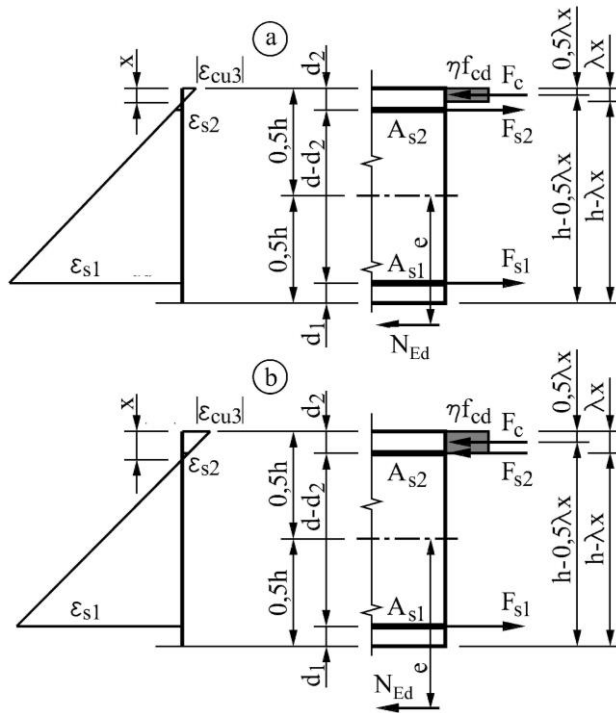
От $\Sigma M_{s2} = 0$ и $A_{s1} = A_{s2} = A_s$ при $\sigma_{s2} = E_s |\varepsilon_{cu3}| (d_1/x - 1)$, следва

$$N_{Ed} (e + 0,5h - d_2) - A_s f_{yd} (d - d_2) - b_f \lambda x \eta f_{cd} (d_2 - 0,5\lambda x) = 0. \quad (6)$$

От $\Sigma H = 0$ и $A_{s1} = A_{s2} = A_s$, следва

$$N_{Ed} - A_s (f_{yd} + \sigma_{s2}) + b_f \lambda x \eta f_{cd} = 0. \quad (7)$$

След преобразуване на (6) при използването на (7), за определяне на $\xi = x/d$ се получава кубично уравнение. Интерес представлява този корен ξ , за който е изпълнено $\xi > \xi_B$. Ако $\xi_B < \xi < \xi_C$, напрежението в армировката A_{s2} е опънно и $0 < \sigma_{s2} < f_{yd}$, тъй като $\varepsilon_{s2} < \varepsilon_{yd}$ (фиг. 3a). За този случай е в сила неравенството $(e/h)_B < (e/h) < (e/h)_C < \infty$. Ако $\xi > \xi_C$, напрежението в армировката A_{s2} е натисково т.е. $\sigma_{s2} < 0$ и $|\sigma_{s2}| < f_{yd}$, тъй като $|\varepsilon_{s2}| < \varepsilon_{yd}$ (фиг. 3b). За този случай е в сила неравенството $(e/h)_B < (e/h)_C < (e/h) < \infty$.



Фиг. 3. Напрегнато и деформирано състояние при нецентричен опън и $\xi > \xi_B$.

Следва намиране последователно на височината на натисквата зона x , на напрежението σ_{s2} , на армировката A_s от (7) и на $A_{s,tot} = 2A_s$.

При достигане на малки стойности на опънната сила (много близки до нулата), ексцентрицитетът e/h клони към безкрайност. Нецентричният опън преминава в чисто огъване.

За допустимите проценти на армиране при $0 < (e/h) < \infty$ формата на натисквата зона за разглеждания тип сечения при нецентричен опън е правоъгълна.

4. Примери

4.1. Пример 1

Да се оразмери симетрично двойно Т-образно сечение със симетрична армировка при параметри: $d_1/h = 50\text{ mm}/1000\text{ mm} = 0,05$; $b_f/b = 450\text{ mm}/300\text{ mm} = 1,5$ и $h_f/h = 200\text{ mm}/1000\text{ mm} = 0,2$. Сечението е подложено на огъващ момент $M_{Ed} = 40\text{ kNm}$ опънна нормална сила $N_{Ed} = 1100\text{ kN}$. Използва се бетон клас C20/25 ($f_{cd} = 11,33\text{ MPa}$) и стомана клас B500 ($f_{yd} = 435\text{ MPa}$).

4.1.1. Определяне на n_{Ed} и m_{Ed}

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b_f h \eta f_{cd}} = \frac{1100 \cdot 10^3}{450 \cdot 10^3 \cdot 11,33} = 0,216;$$

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b_f h^2 \eta f_{cd}} = \frac{40 \cdot 10^6}{450 \cdot 10^6 \cdot 11,33} = 0,00785.$$

4.1.2. Определяне на относителните ексцентриситети

$$e/h = m_{Ed}/n_{Ed} = 0,00785/0,216 = 0,0363;$$

$$\left(\frac{e}{h}\right)_{B'} = \frac{0,5}{n_{Ed}} \cdot \frac{\lambda |\varepsilon_{cu3}|}{|\varepsilon_{cu3}| + \varepsilon_{yd}} \cdot \frac{d_1}{h} \left[1 - \frac{\lambda |\varepsilon_{cu3}|}{|\varepsilon_{cu3}| + \varepsilon_{yd}} \cdot \frac{d_1}{h} \right] =$$

$$= \frac{0,5}{0,216} \cdot \frac{0,83 \cdot 5,10^{-3} \cdot 0,05}{(3,5 + 2,174) \cdot 10^{-3}} \left[1 - \frac{0,83 \cdot 5,10^{-3} \cdot 0,05}{(3,5 + 2,174) \cdot 10^{-3}} \right] = 0,0557;$$

$$(e/h)_{A'} = 0 < e/h = 0,0363 < (e/h)_{B'} = 0,0557.$$

Намираме се между правите A' и B' .

4.1.3. Получаване на ξ

От съвместното решаване на (4) и (5) се стига до квадратното уравнение $\xi^2 - 1,25\xi + 0,0258 = 0$.

Интерес представлява коренът $\xi = x/d = 0,0210$, за който

$$\xi_{A'} = 0 < \xi = 0,021 < \xi_{B'} = \frac{|\varepsilon_{cu3}|}{|\varepsilon_{cu3}| + \varepsilon_{yd}} \cdot \frac{d_1/h}{1 - d_1/h} = \frac{3,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05}{(3,5 + 2,174) \cdot 10^{-3} \cdot (1 - 0,05)} = 0,0325.$$

$$x = \xi d = 0,021 \cdot 950 = 19,95 \text{ mm}; \quad \lambda x = \lambda \xi d = 0,8 \cdot 0,021 \cdot 950 = 15,96 \text{ mm}.$$

4.1.4. Получаване на $A_{s,tot}$

Армировката $A_{s1} = A_{s2} = A_s$ се определя от (5):

$$A_s = \frac{N_{Ed} + b_f \lambda x \eta f_{cd}}{2 f_{yd}} = \frac{1100 \cdot 10^3 + 450 \cdot 15,96 \cdot 11,33}{2 \cdot 435} = 1357,9 \text{ mm}^2;$$

$$A_{s,tot} = 2A_s = 2 \cdot 1357,9 = 2715,8 \text{ mm}^2.$$

Приема се носеща армировка $2 \times 4\phi 22$ с общо напречно сечение $8 \cdot 380,1 = 3040,8 \text{ mm}^2 > 2715,8 \text{ mm}^2$.

4.2. Пример 2

Да се реши пример 1 при огъващ момент $M_{Ed} = 700 \text{ kNm}$ и опънна нормална сила $N_{Ed} = 105 \text{ kN}$. Изчислителните съпротивления f_{cd} и f_{yd} са същите, както в пример 1.

4.2.1. Определяне на n_{Ed} и m_{Ed}

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b_f h \eta f_{cd}} = \frac{105 \cdot 10^3}{450 \cdot 10^3 \cdot 11,33} = 0,0206;$$

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b_f h^2 \eta f_{cd}} = \frac{700 \cdot 10^6}{450 \cdot 10^6 \cdot 11,33} = 0,137.$$

4.2.2. Определяне на относителните ексцентрицитети

$$\left(\frac{e}{h}\right)_{C'} = \frac{1}{n_{Ed}} \left[\left(n_{Ed} + \lambda \frac{d_1}{h} \right) \left(0,5 - \frac{d_1}{h} \right) + 0,5 \lambda \frac{d_1}{h} \left(1 - \lambda \frac{d_1}{h} \right) \right] =$$
$$= \frac{1}{0,0206} \cdot \left[(0,0206 + 0,8 \cdot 0,05)(0,5 - 0,05) + 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,05(1 - 0,8 \cdot 0,05) \right] = 2,256;$$

$$e/h = m_{Ed}/n_{Ed} = 0,137/0,0206 = 6,65; \quad (e/h)_{C'} = 2,256 < e/h = 6,65 < \infty.$$

Следователно напрежението в армировката A_{s2} е натисково и $|\sigma_{s2}| < f_{yd}$.

4.2.3. Получаване на ξ

От съвместното решаване на (6) и (7) се стига до кубичното уравнение $\xi^3 + 3,6154\xi^2 + 0,6304\xi - 0,0706 = 0$. Интерес представлява неговият корен $\xi = 0,0771 > \xi_{C'} = (d_1/h)/(1 - d_1/h) = 0,05/(1 - 0,05) = 0,0526$.

$$x = \xi d = 0,0771 \cdot 950 = 73,25 \text{ mm}; \quad \lambda x = \lambda \xi d = 0,8 \cdot 0,0771 \cdot 950 = 58,60 \text{ mm}.$$

4.2.4. Получаване на $A_{s,tot}$

$$\sigma_{s2} = E_s |\varepsilon_{cu3}| (d_1/x - 1) = 2 \cdot 10^5 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} (50/73,25 - 1) = -222 \text{ MPa}.$$

Следователно σ_{s2} е натисково напрежение и е в сила неравенството $|\sigma_{s2}| = 222 \text{ MPa} < f_{yd} = 435 \text{ MPa}$.

Армировката $A_{s1} = A_{s2} = A_s$ може да се определи от (7):

$$A_s = \frac{N_{Ed} + b_f \lambda_x \eta f_{cd}}{f_{yd} + \sigma_{s2}} = \frac{105 \cdot 10^3 + 450 \cdot 58,6 \cdot 1,11,33}{435 + (-222,2)} = 1897,4 \text{ mm}^2;$$

$$A_{s,tot} = 2A_s = 2 \cdot 1897,4 = 3794,8 \text{ mm}^2.$$

Приема се носеща армировка $2 \times 4\phi 25$ с общо напречно сечение $8 \cdot 490,9 = 3927,2 \text{ mm}^2 > 3794,8 \text{ mm}^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. БДС EN 1992-1-1. 2005, Еврокод 2. Проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции. Част 1-1: Общи правила и правила за гради.

2. Янчев, В., Русев, К. Номограми за оразмеряване на симетрични 2Т стоманобетонни сечения, подложени на действието на огъващ момент и осова сила по Еврокод 2. // Годишник на УАСГ, 2016, 48 (12-1, Част I): 141 – 151.

3. Гочев, Г., Трънка, К., Дуков, Е., Оксанович, Л., Данчев, И., Русев, К., Николов, А., Захариева-Георгиева, Б., Кърджиев, В. Ръководство по стоманобетон. Техника, 2009, ISBN 9640305004.

DESIGN OF REINFORCED CONCRETE SYMMETRIC DOUBLE T CROSS-SECTIONS WITH SYMMETRIC REINFORCEMENT UNDER BENDING MOMENT AND AXIAL TENSILE FORCE

V. Yanchev¹

Keywords: reinforced concrete, strains, stresses, symmetric reinforcement

ABSTRACT

According to Eurocode 2 [1], rectangular constitutive law for concrete is admitted along with a bilinear stress-strain relationship with horizontal upper branch for steel. On this basis rectangular stress distribution diagram in the compression zone of RC-sections to resist the bending moment and tensile axial force is adopted. In order to design considered reinforced concrete cross-sections it is necessary beforehand to determine limit eccentricities corresponding to each of limit straight lines defined in [2]. Design procedures are developed to serve for determination of reinforcement of reinforced concrete symmetric double T cross-sections with symmetric reinforcement under bending moment and tensile axial force.

¹ Vladimir Yanchev, Assoc. Prof. Dr. Eng., Dept. "Reinforced Concrete Structures", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd, Sofia 1046, e-mail: vladimir_yanchev@abv.bg