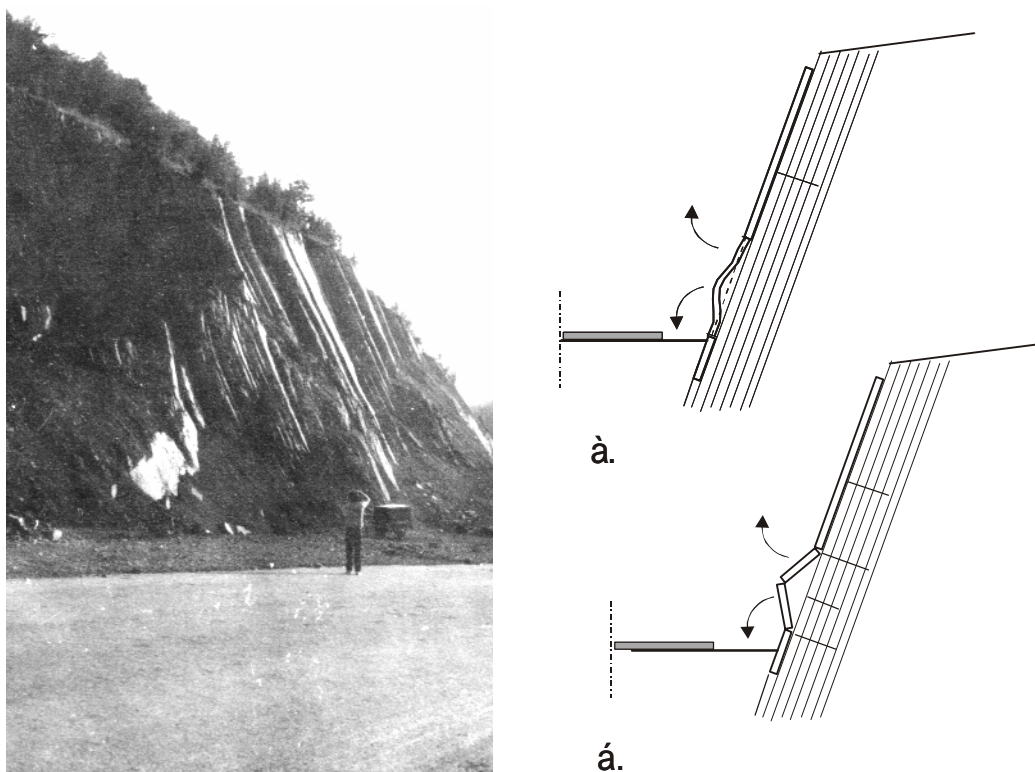


## G.Ilov . Buckling stability, Patishta 1/2005

### Доц. д-р инж. Г. Илов. Buckling stability. Структурна устойчивост на скални откоси

Разрушения, вследствие на загуба на структурна устойчивост (Buckling stability), се получават при слоеви скални образувания с посока на насляване, съвпадаща с равнината на откоса (фиг.1 - снимка). Под действие на собственото си тегло повърхнинният скален пласт може да загуби устойчивост по начин, показан на фиг. 1 - по подобие на натиснати плочи (1,а) или структурно да се разруши (1,б). Тези явления са възможни при определена височина на откоса и дебелина на насляването (разстояние между пукнатините в пукнатинната система).



**Фиг.1.** Откосът (снимка) на км. 14+400 по пътя Горна Малина-Мирково с две различни схеми на разрушение. Разрушение от Ойлеров тип (а) и структурно разрушаване - buckling (б)

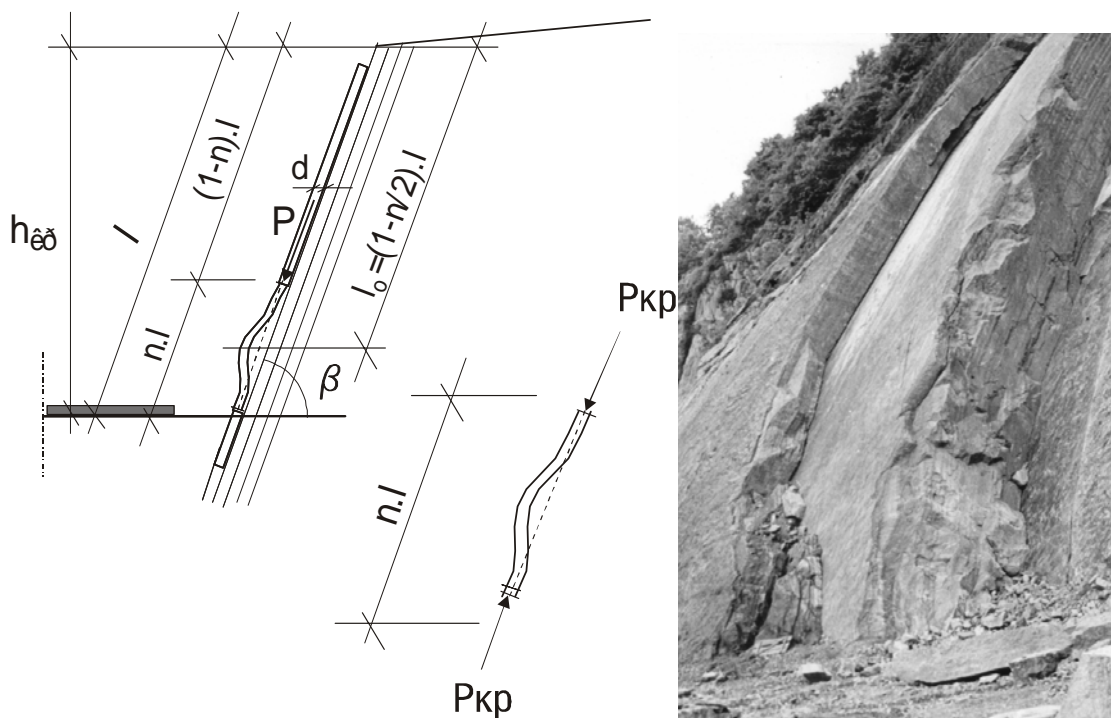
#### 1. Разрушения по схемата на Ойлер

Схемата от фиг. 2,а за оценка на устойчивостта може да бъде използвана при наличие на пукнатинна система с посока на потъване и наклон, съвпадащи с посоката на потъване и наклона на откоса. По аналогия с центрично натиснатите плочи (пръти) се предполага, че

изкълчването се осъществява в долната част на откоса с дължина  $n.l$ , а силата, която предизвиква загубата на устойчивост е равна на теглото на скалния пласт с дължина  $l_0=(1-n/2).l$ . За тази сила може да се запише

$$P=G.\sin\beta-G.\cos\beta.\tan\varphi-l_0c, \quad (1)$$

където  $G=1.l_0.d.\gamma$  е собственото тегло на скалния пласт с ширина единица и за дължина  $l_0$  (фиг.2);



**Фиг. 2.** Изчислителна схема за определяне на  $P_{кр}$  за откоса и пример за нелинейност - снимка.

$\varphi$  - обединеният ъгъл на триене в пукнатинната система [2],

$c$  - кохезията (ако в пукнатините има пълнител),

$\gamma$  и  $d$  са съответно обемното тегло на скалата и дебелината на “скалния пласт” (равна на разстоянието между пукнатините в пукнатинната система).

Нататък, при критерий за загуба на устойчивост

$$P=P_{кр}, \quad (2)$$

където

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu.n.l)^2} \quad (\text{вж. фиг. 2}) \quad (3)$$

е известната формула на Ойлер за критичната сила и при изкълчвателна дължина  $l_{cr} = n \cdot l$  след преобразувания, за критичната “дължина” на откоса се получава:

$$l_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 E d^2}{12 \cdot \gamma \cdot \mu^2 \cdot n^2 \cdot (1 - \frac{n}{2}) \cdot (\sin \beta - \cos \beta \cdot \tan \varphi - \frac{c}{\gamma \cdot d})}} \quad (4)$$

Формула (4) е база за група формули за оценка на устойчивостта за изследвания случай. Например *Chajes* [1] при предположението, че изкълчването обхваща зона с дължина  $l_{cr} = n \cdot l = 0.5 \cdot l$  (т.е.  $n=0.5$ ), а дължината на скалния пласт, който “създава силата  $G$ ” от (1) е  $l_0 = 3/4 l$  получава:

$$l_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 E d^2}{\frac{9}{4} \mu^2 (\gamma \cdot \sin \beta - \gamma \cos \beta \cdot \tan \varphi - \frac{c}{d})}} \quad (5)$$

В горната формула  $\mu$  е коефициентът на изкълчване (зависещ от приетите опорни условия),

$E$ - еластичният модул на скалата,

$I$  - инерционният момент на напречното сечение на скалния пласт (за ширина  $l$ -ца).

При аналогичен подход и предположения **Walton** [1] достига до формулата

$$l_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 E d^2}{6 \cdot (\gamma \cdot \sin \beta - \gamma \cos \beta \cdot \tan \varphi - \frac{c}{d})}} \quad (5)$$

по която се получават приблизително с 30% по-малка критична дължина (или височина) на откоса.

Използването на формулата на Ойлер за оценка на устойчивостта е обременено поне поради две причини.

**Първо** тя има идеален вид с база теория на еластичността и не отразява никакви структурни недостатъци или дефекти на скалната среда. И **второ**, върху “легналата плоча” действат напречни сили с големина  $G \cdot \cos \beta$ , които силно затрудняват загубата на устойчивост по изложената схема по посока на въздушната страна на откоса.

**Освен това** ако се анализира (4) лесно се установява, че резултатът за  $l_{кр}$  силно зависи от избраната стойност за  $n$ . Например резултатите за критичната дължина на откоса при изменение на  $n$  от 0.1 до 0.5 се

различават 2.5 пъти, разлика която поставя под съмнение използването на формули от типа на (4).

Съизмерима би била “несигурността“ и по отношение на т.нар. опорни условия: колко да бъде  $\mu$  - 0.5, 0.7 или 1, или междинни стойности. Несигурността е около още 40% и повече.

По формула (4) могат да се отправят и други забележки от които най важни са:

- Формулата не може да отрази влиянието на скалната вода върху устойчивостта;
- формулата не може да отрази влиянието на сеизмичните сили върху устойчивостта и
- формулата се влияе от избраните стойности за модула на скалата  $E$ .

При известно  $l_{кр}$  критичната височина на откоса е:

$$h_{кр} = l_{кр} \cdot \tan \beta. \quad (7)$$

При  $h < h_{кр}$  устойчивостта е осигурена.

За количествената оценка на устойчивостта може да се съди по отношението между критичната и действителната сила

$$F_s = \frac{P_{кр.}}{P}. \quad (8)$$

**Пример 1.** Търси се критичната височина на откос по разглежданата схема на разрушение с наклон  $\beta=60^0$ , разстояние между пукнатините (дебелина на наслояването)  $d=40$  см, ъгъл на триене по наслояването  $\varphi=30^0$ , при обемно тегло на скалата  $\gamma=25$  kN/m<sup>3</sup>, и  $E = 35\ 000$  МПа.

По (5) и (7) се получава:  $h_{кр} = 74.3$  m.

За откоса с височина 25 m коефициентът на сигурност (8) е

$$F_s = P_{кр}/P = 74,3/25 = 2.97.$$

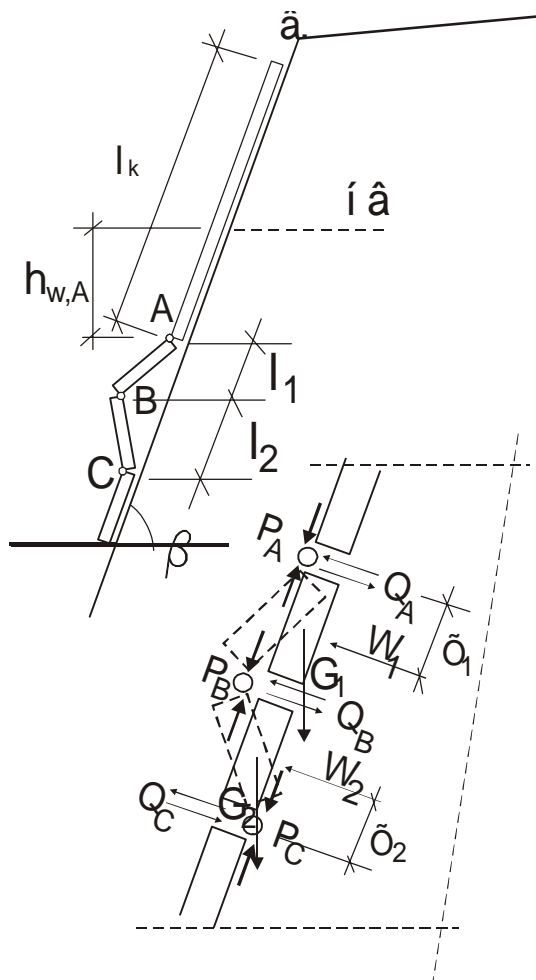
## 2. Структурно разрушаване

Другият принцип, който може да се използва се свежда (*Cawes*) до разглеждане на блоковата схема от (фиг.1,б и фиг. 3). В тази схема блоковата структура е ясно изразена и оценката на устойчивостта се извършва на базата на локалната устойчивост на един долен блок, например чрез условието  $\Sigma M=0$ . При положителна стойност на момента откосът е устойчив, а при отрицателна стойност той би следвало да се разруши в процес на изпълнение.

Тази схема за проверка на устойчивостта се смята за по-чиста, особено при наличието на втора, напречна на откоса, пукнатинна система.

По същество се разглежда равновесието на силите, действащи върху двата блока (фиг. 3) и ако моментът на силите на водата  $W$  спрямо т. С е по-малък от момента на “задържащите” (разрушението) сили ( $P$  и  $G$ ), то структурно разрушаване на това ниво няма да се получи. Тези сили имат следните стойности (фиг.3):

$$\begin{aligned}
 P_A &= \gamma \cdot l_k \cdot d \cdot (\sin \beta - \cos \beta \cdot \tan \varphi - c / \gamma d), \\
 P_0 &= P_C - (G_1 + G_2) \sin \beta \\
 P_C &= \frac{l_1}{d \cdot l_1 + d \cdot l_2} \left[ G_2 \left( \frac{d}{2} \cdot \sin \beta - \frac{l_2}{2} \cos \beta \right) + W_2 \cdot X_2 \right] \\
 &+ \frac{l_2}{d \cdot l_1 + d \cdot l_2} \left[ G_1 \left( \frac{d}{2} \cdot \sin \beta - \frac{l_1}{2} \cos \beta \right) + W_1 \cdot X_1 + G_2 \cdot d \cdot \sin \beta \right].
 \end{aligned}
 \tag{9}$$



**Фиг.3.** Структурно разрушение – изчислителна схема

За височина  $h_w$  на водния стълб над разглежданата двойка блокове хидростатичните напрежения са:

$$\begin{aligned}
 P_{w,A} &= h_w \cdot \gamma_w; \\
 P_{w,B} &= P_{w,A} + l_1 \cdot \sin \beta \cdot \gamma_w; \\
 P_{w,C} &= P_{w,B} + l_2 \cdot \sin \beta \cdot \gamma_w,
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

а силите от водата - съответно:

$$\begin{aligned}
 W_1 &= \frac{1}{2} (P_{w,A} + P_{w,B}) \cdot l_1, \\
 W_2 &= \frac{1}{2} (P_{w,B} + P_{w,C}) \cdot l_2.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Решението на *Cawes* е сведено до равновесното условие

$$P_A = P_0. \tag{12}$$

Следователно сигурността количествено може да бъде оценена чрез отношението между  $P_A$  и  $P_0$  или

$$F_s = \frac{P_A}{P_0}. \tag{13}$$

Основният недостатък на изложената схема, е че тя не дава възможност за оценка на устойчивостта на откоси без наличие на скална вода в масива (само водата предизвиква разрушение), но за сметка на това може да се отрази влиянието на сеизмичните сили (без това да е показано в решението).

**Пример 2.** Оценява се сигурността на откос с височина  $h=25$  m.,  $h_k=26.0$  m, наклон  $\beta=60^\circ$  при  $\gamma=25$  kN/m<sup>3</sup>. Височината на водния стълб е  $h_w=6$  m, дължината на блоковете  $l_1=1.40$  m,  $l_2=1.0$  m,  $\varphi=30^\circ$ ,  $c=0$  и дебелина на скалния пласт  $d=0.40$  m.

За  $h_w=6.0$  m,  $P_{wA}=60$  kPa,  $P_{wB}=72$  kPa и  $P_{wC}=80.7$  kPa.

$W_1=92.4$  kN,  $W_2=76.4$  kN.

За  $\gamma=25$  kN/m<sup>3</sup>,  $G_1=14$  kN,  $G_2=10$  kN.

От горната група формули (9) следва:  $P_C=126.0$  kN,  $P_0=105.0$  kN и  $P_A=150.1$  kN.

За тези стойности, коефициентът на сигурност е (13)

$$F_s = 150,1/105,3 = 1.43.$$

където  $P$  е действителното натоварване.

В горните формули означенията са както тези на фиг. 3.

### 3. Една нова изчислителна схема

Предлаганата схема няма претенции за универсалност и за много високо ниво на покриване на едно реално физическо явление. Тя се базира на резултати от разрушения в откоси от типа на показания на фиг. 4. Особеното на схемата е, че разрушенията са по произход якостни, а не якостни следствие загуба на устойчивост.

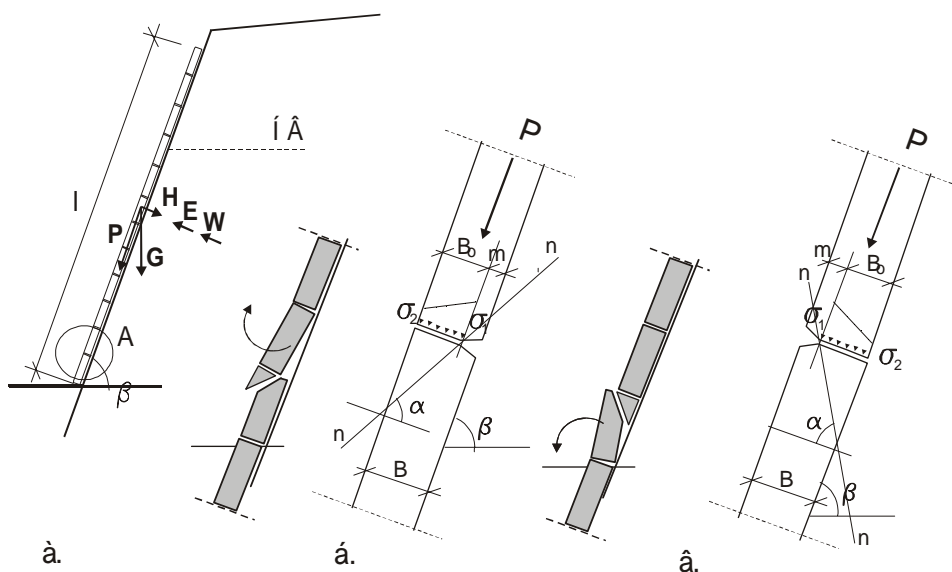
За изчислителната схема от фиг. 4 е характерно това, че тя отразява наличието на непълен контакт между блоковете чрез величината  $m$ , нещо което е напълно вероятно поради неравномерно развитие на изветрителни процеси в скалните пукнатини, премествания в миналото или други неравномерности и дефекти, проявени в процеса на образуване на пукнатините.

Освен това решението по схемата е разработено:

- при характеризирание на якостта на срязване по Кулон (случай на пукнатини с пълнител) и по Patton (за грапави пукнатинни повърхности) [2] в пукнатинните равнини;
- отразява влиянието на сеизмични въздействия;
- решението важи и за случая на скална вода в масива.

Съгласно изчислителната схема структурата на откоса до масива е блокова, като приетите нарушения в контакта са възможни от двете страни (фиг. 4,б и 4,в). Натоварващата (и предизвикващата разрушение сила  $P$ ) натоварва контактната плоскост нецентрично и предизвиква ръбови напрежения:

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M}{W} = \frac{P}{(B-m) \cdot 1} + \frac{P \cdot \frac{m}{2}}{\frac{1}{6}(B-m)^2 \cdot 1} \quad (m = B - B_0).$$



Фиг. 4. Една изчислителна схема

Силата  $P$  е компонентата на силата на теглото  $G$ , действа в оста на скалния пласт и има големина:

$$P = G \cdot \sin \beta - (G \cdot \cos \beta - E - W) \cdot \tan \varphi - c \cdot l \quad (14)$$

В този израз силата от водата действа противоположна на компонентата  $H$  на силата на теглото, а сеизмичната сила е приета със стойност  $E = k_s \cdot G$  и е също съосова с компонентата  $H$  на  $G$  (фиг.4,а).

За всяко от сеченията  $n-n$  от фиг. 4 може да се запише равновесното условие:

$$P = \frac{\tau \cdot B_o}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha} \quad (15)$$

Граничната сила (в смисъл на носимоспособност на сечението) е

$$P_{sp} = \frac{B_o \cdot \tau}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}.$$

При условие за разрушение  $P = P_{sp}$ , следва:

$$G \cdot \sin \beta - (G \cdot \cos \beta - E - W) \cdot \tan \varphi - c \cdot l = \frac{\tau \cdot B_o}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}. \quad (16)$$

При предпоставките, направени във връзка с (14) за силата, предизвикваща разрушението се получава:

$$P = g \cdot h \cdot \left\{ \sin \beta - \left[ \left( 1 - \frac{h_w}{h} \right) \cos \beta - k_s + \frac{h_w}{h} \cdot \cos \beta - \frac{\gamma_w \cdot h_w^2}{2 \cdot g \cdot h} \right] \cdot \tan \varphi - c \cdot l \right\}, \quad (17)$$

където

$g$  – собственото тегло на изследвания скален пласт с дебелина  $B$  за линеен метър височина от откоса;

$h$  – височината на откоса с ниво на водата  $h_w$  в него;

$k_s$  – обединеният коефициент на сеизмичност;

$c, \varphi$  – сцеплението и ъгълът на триене “по Кулон”;

$\varphi = \varphi_0 + i$  – обобщеният ъгъл на триене при грапави скални повърхности по Patton.

След заместване на  $G = g \cdot h = \frac{B \cdot h \cdot \gamma}{\sin \beta}$  в (17) и след преобразуване се получава:

$$h_{kp} = \frac{B_o \cdot \tau}{B \cdot \gamma} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} \cdot \frac{1}{\left\{ \sin \beta - \left[ \left( 1 - \frac{h_w}{h} \right) \cos \beta - k_s + \frac{h_w}{h} \cdot \cos \beta - \frac{\gamma_w \cdot h_w^2}{2 \cdot g \cdot h} \right] \cdot \tan \varphi - \frac{c}{B \cdot \gamma} \right\}} \quad (18)$$



Лесно може да се докаже, че горният израз получава минимална стойност при  $\alpha = 45^\circ$ . Освен това ако в израза се заложи, че  $B=B_0+m$  за критична височина на откоса се получава:

$$h_{кр} = 2 \cdot \frac{B_0}{B} \cdot \frac{\tau}{\gamma} \cdot \sin \beta \cdot \frac{1}{\left\{ \sin \beta - \left[ \left( 1 - \frac{h_w}{h} \right) \cos \beta - k_s + \frac{h_w}{h} \cdot \cos \beta - \frac{\gamma_w \cdot h_w^2 \cdot \sin \beta}{2 \cdot \gamma \cdot B \cdot h} \right] \cdot \tan \varphi - \frac{c}{B \cdot \gamma} \right\}}, \quad (19)$$

като окончателно решение за критичната височина на откос за разглеждания обобщен случай.

Ако въпросът е поставен за определяне на коефициент на сигурност, то той може да се представи чрез

$$F_s = \frac{P_{сп}}{P} \quad (20)$$

От (20) се получават следните частни изрази:

- при липса на сеизмичност:

$$h_{кр} = 2 \cdot \frac{B_0}{B} \cdot \frac{\tau}{\gamma} \cdot \sin \beta \cdot \frac{1}{\left\{ \sin \beta - \left[ \left( 1 - \frac{h_w}{h} \right) \cos \beta - \frac{h_w}{h} \cdot \cos \beta - \frac{\gamma_w \cdot h_w^2 \cdot \sin \beta}{2 \cdot \gamma \cdot B \cdot h} \right] \cdot \tan \varphi - \frac{c}{B \cdot \gamma} \right\}}, \quad (21)$$

- при липса на вода в масива:

$$h_{кр} = 2 \cdot \frac{B_0}{B} \cdot \frac{\tau}{\gamma} \cdot \sin \beta \cdot \frac{1}{\left\{ \sin \beta - [\cos \beta - k_s] \cdot \tan \varphi - \frac{c}{B \cdot \gamma} \right\}}, \quad (22)$$

- при липса на сеизмичност и вода в масива:

$$h_{кр} = 2 \cdot \frac{B_0}{B} \cdot \frac{\tau}{\gamma} \cdot \sin \beta \cdot \frac{1}{\left\{ \sin \beta - \cos \beta \cdot \tan \varphi - \frac{c}{B \cdot \gamma} \right\}}, \quad (23)$$

- при липса на сеизмичност, вода в масива и при чисти грапави пукнатини:

$$h_{кр} = 2 \cdot \frac{B_0}{B} \cdot \frac{\tau}{\gamma} \cdot \sin \beta \cdot \frac{1}{\sin \beta - \cos \beta \cdot \tan \varphi}. \quad (24)$$

**Пример 3.** Търси се критичната височина на откос по разглежданата схема на разрушение с наклон  $\beta=60^\circ$ , разстояние между пукнатините (дебелина на насляването)  $d=B=40$  см, ъгъл на триене по насляването  $\varphi=30^\circ$ , при обемно тегло на скалата  $\gamma=25$  kN/m<sup>3</sup>,  $\tau=R_t=600$  kPa и  $E = 35\,000$  МПа. Приема се несъвършенство в контакта изразено чрез  $m=0.25 \cdot B$ .

$$\text{По (24)} \quad h_{кр} = 2 \cdot \frac{0.30}{0.40} \cdot \frac{600}{25} \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{\sin 60^\circ - \cos 60^\circ \cdot \tan 30^\circ} = 53.90 \text{ m.}$$

**Пример 4.** При условията на Пример 3 да се изчисли критичната височина при IX степен на сеизмичност ( $k_s=0.1$ ).

По (22)  $h_{кр} = 48.80 \text{ m}$ .

### **Заклучение:**

Получени са изрази за критична височина на скален откос при наслявяване (напуканост), съвпадащо с откосната равнина. Чрез тях е направен опит да се отразят наличието и влиянието на дефекти или други неравномерности в структурата на скалите – например неравномерен контакт между съседни блокове - изразявани чрез  $m$ . Общият израз за критичната височина на откоса (19) отразява и влиянието на сеизмичността и наличието на скална вода. Това го прави по-общ, което ние считаме като предимство на решението.

### **Литература:**

1. Chajes, D.S. Simple methods to Buckling of Rock Slopes. Rock mechanics. 1981.
2. Илов, Г. Строителна скална механика. ИК “ЕРА”, 2004.

## **Buckling stability**

**G. Ilv**

### **S u m m a r y**

Two possibilities to determinate buckling stability on rock slopes are analyzed. The first scheme use Ojler solution for buckling stability. The second solution considers the block structure equilibrium of rock mass. The conclusion is that the two schemes are not universality.

The calculation model, which give as good concept to the possibilities collapses of rock slopes is suggested. The model give as chance of determinate an influence of the subsurface water and the earthquake forces over the buckling stability. The formulas for the critical higher of slope about different cases are obtained. It is shown examples.

