ПРИЛОЖЕНИЕ НА ПРАВИЛАТА ЗА ПРОВЕРКА ЗА ПОСТРОЯВАНЕ ДИАГРАМИТЕ НА РАЗРЕЗНИТЕ УСИЛИЯ В ПРАВА ГРЕДА

I. ТЕОРЕТИЧНА ПОСТАНОВКА

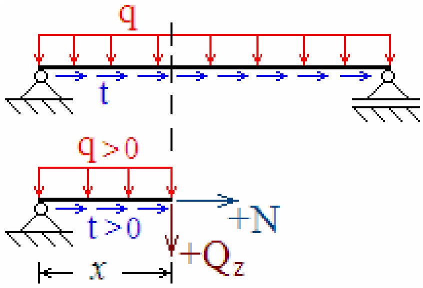
1. Проверки на функциите и диаграмите на разрезните усилия

1.1 Диференциална проверка

При разстояние x, прието да се изменя отляво надясно в участъка, в сила са следните диференциални зависимости между функциите на разпределените товари и тези на разрезните усилия:

$$\frac{dN(x)}{dx} = -t(x); \qquad \frac{dQ_z(x)}{dx} = -q(x); \qquad \frac{dM_y(x)}{dx} = Q_z(x)$$

Важно е да се отбележи, че разпределените товари участват със своите знаци в тези уравнения. Правилото е, че осовият товар t, съответно напречният товар q, се приема за положителен, ако посоката му съвпада с положителната посока на разрезното усилие N, съответно Q_z, за лява част на разглеждания участък (Фиг. 1.1).



Фиг. 1.1

1.2 Проверка за вида на диаграмите

Тази проверка идва непосредствено от записаните по-горе диференциални уравнения и по-точно от техните следствия:

$t = 0 \;\Rightarrow\; N = const$;

$t = const \;\Rightarrow\; N = \text{линейна функция}$;

$q = 0 \;\Rightarrow\; Q_z = 0 \;\Rightarrow\; M_y = const$;

$q = 0 \;\Rightarrow\; Q_z = const \;\Rightarrow\; M_y = \text{линейна функция}$;

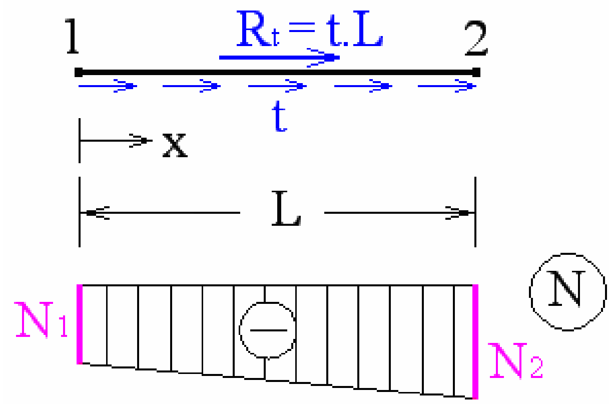
$q = const \;\Rightarrow\; Q_z = \text{линейна функция} \;\Rightarrow\; M_y = \text{квадратна функция}$.

При построяване на диаграмите тази проверка установява вида на функцията на разрезното усилие за всеки участък и съответно указва колко стойности от диаграмата са необходими за начертаването й.

1.3 Площна проверка

Тя също следва от диференциалните зависимости между функциите на разрезните усилия и тези на разпределените товари. Тези зависимости са диференциални уравнения с отделящи се променливи. Например, решението на $\frac{dN(x)}{dx} = -t(x)$ е $dN(x) = -t(x)dx$ $\Rightarrow \int_{x_1}^{x_2} dN(x) = \int_{x_1}^{x_2} -t(x)dx$. Известно е, че интегралът на функция в даден участък е равен на площта, заградена от функцията в същия участък; в случая – равнодействащата на осовия товар. Тогава: $N(x_2) - N(x_1) = -R_t(x_1 \div x_2)$, което всъщност е самата проверка.

- N – **диаграма**



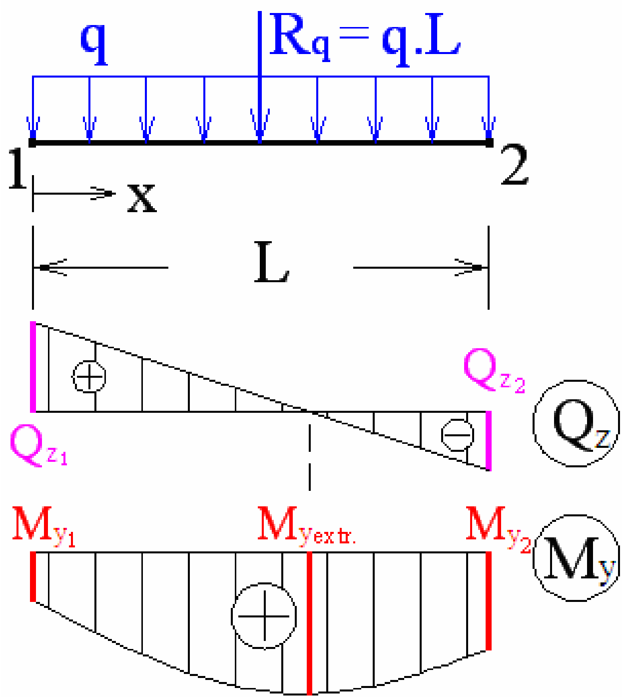
Фиг. 1.2

Изменението на N – функцията в участъка от т.1 до т.2 е равно на отрицателната стойност на равнодействащата на t – товара в същия участък (Фиг. 1.2):

$$N_2 - N_1 = -R_t \text{ (т.1} \div \text{т.2)}.$$

N_1 – стойността на функцията в т.1 (*лява точка*) на участъка;
N_2 – стойността на функцията в т.2 (*дясна точка*) на участъка.

- Q_z – **и** M_y – **диаграми**



Фиг. 1.3

Изменението на Q_z – функцията в участъка от т.1 до т.2 е равно на отрицателната стойност на равнодействащата на q – товара в същия участък (Фиг.1.3):

$$Q_{z,2} - Q_{z,1} = -R_q \text{ (т.1} \div \text{т.2)}.$$

$Q_{z,1}$ – стойността на функцията в т.1 (*лява точка*) на участъка;
$Q_{z,2}$ – стойността на функцията в т.2 (*дясна точка*) на участъка.

Изменението на M_y – функцията в участъка от т.1 до т.2 е равно на лицето на Q_z – диаграмата в същия участък:

$$M_{y,2} - M_{y,1} = A_{Q_z} \text{ (т.1} \div \text{т.2)}.$$

$M_{y,1}$ – стойността на функцията в т.1 (*лява точка*) на участъка;
$M_{y,2}$ – стойността на функцията в т.2 (*дясна точка*) на участъка;
A_{Q_z} – площ на Q_z – диаграмата.

- проверка на локалния екстремум:
$M_{y,extr.} - M_{y,1} = A_{Q_z}$ (т.1 $\div$ *extr.*)
или
$M_{y,2} - M_{y,extr.} = A_Q$(*extr.* $\div$ т.2).

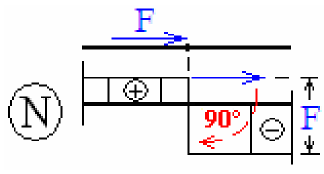
При построяване на диаграмите, с помощта на площната проверка се получават стойностите на диаграмата в началото или в края на участъка, както и големината на екстремума в моментовата диаграма.

1.4 Проверка с правилата за скоковете

Скок се нарича рязката промяна в стойността на диаграмата в едно и също сечение на гредата.

- N – **диаграма**

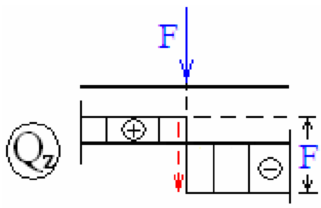
Концентрирана осова сила дава скок в N – диаграмата в мястото на прилагането си с големина – големината на силата и посока – завъртяната на 90^0 по часовниковата стрелка посока на силата при движение отляво-надясно (Фиг.1.4).



Фиг. 1.4

- Q_z – **диаграма**

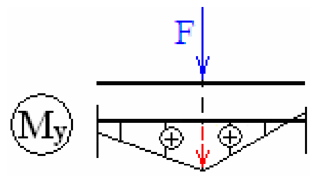
Концентрирана напречна сила дава скок в Q_z – диаграмата в мястото на прилагането си с големина – големината на силата и посока – посоката на силата при движение отляво-надясно. (Фиг.1.5).



Фиг. 1.5

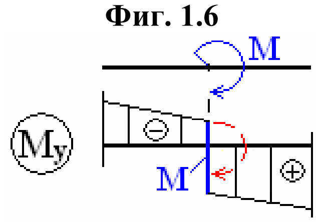
- M_y – **диаграма**

\- Концентрирана напречна сила дава чупка в M_y – диаграмата в мястото на прилагането си, като чупката е по посока на силата (Фиг.1.6).



Фиг. 1.6

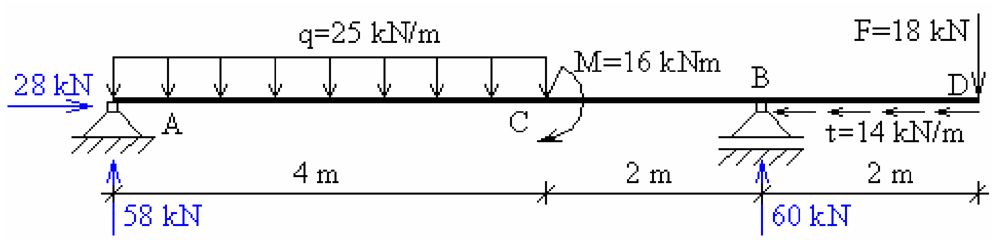
\- Концентриран момент дава скок в M_y – диаграмата в мястото на прилагането си с големина – големината на момента и посока – посоката на момента, ако го поставим като плавно продължение на изчертаната вече лява или дясна част на диаграмата (Фиг.1.7).



Фиг. 1.7

II. ЗАДАЧА

Да се приложат правилата за проверка, за да се построят диаграмите на разрезните усилия на показаната права греда.



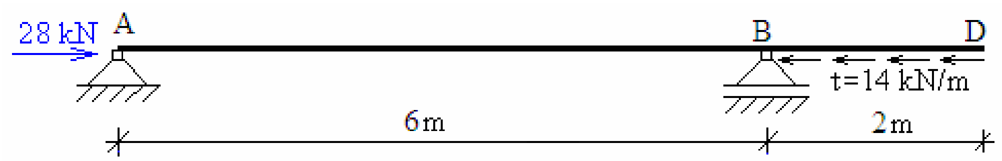
Фиг. 2.1

1. Опорни реакции

Опорните реакции са определени по познатите от Статиката методи и са дадени в синьо на Фиг.2.1.

2. N **– диаграма**

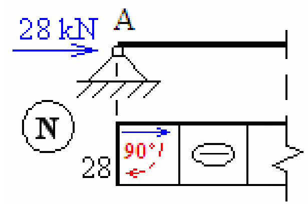
За осови усилия гредата се състои от два участъка: AB и BD (Фиг.2.2).



Фиг. 2.2

2.1 Участък AB

В него няма приложен осов разпределен товар, което означава, че N – диаграмата ще бъде константа, т.е. необходима е една стойност, за да бъде начертана. Тази стойност ще дойде от приложената в т. A концентрирана хоризонтална сила с големина 28 kN, която ще предизвика скок в N – диаграмата със същата големина и посока надолу /завъртяната на 90^0 по часовниковата стрелка посока на силата/ (Фиг.2.3).



Фиг. 2.3

2.2 Участък BD

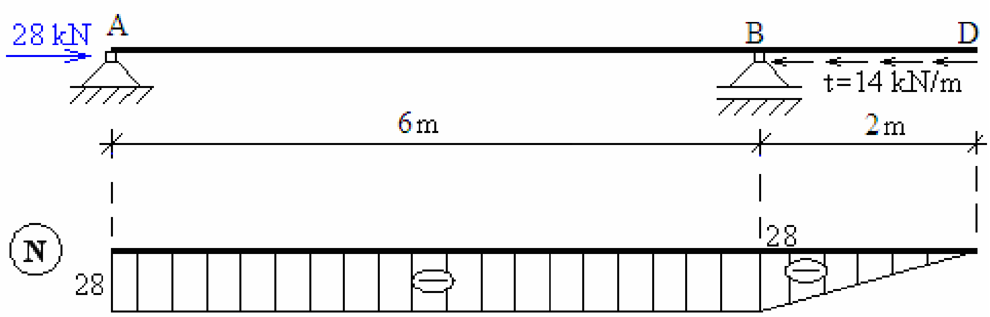
В този участък действа осов разпределен товар $t = 14$ kN/m, от което следва, че функцията на нормалното усилие в този участък ще е линейна – трябват поне две стойности, за да се начертае диаграмата. Едната стойност ще бъде тази в т. B – тя е 28 kN, защото в тази точка няма концентрирана хоризонтална сила, която да дава скок в мястото на прилагането си. За получаване на втората стойност, тази в края на участъка, има две възможности:

1) чрез площната проверка:

$$N_D - N_B = -R_t \;\Rightarrow\; N_D - (-28) = -(-14).2 \;\Rightarrow\; N_D = 0\,;$$

2) чрез правилата за скоковете – т. D е крайна точка за гредата, а в нея няма приложена концентрирана хоризонтална сила, т.е. стойността там е нула.

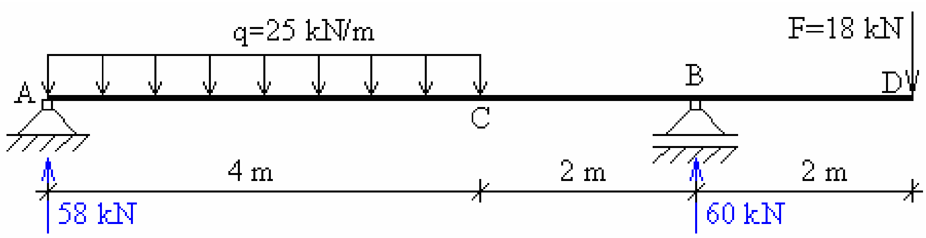
2.3 Окончателна N **– диаграма** (Фиг.2.4)



Фиг. 2.4

3. Q_z – диаграма

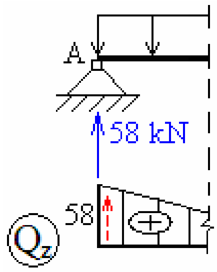
За напречни, в случая вертикални, усилия гредата се състои от три участъка: AC, CB и BD (Фиг.2.5).



Фиг. 2.5

3.1 Участък AC

В този участък има приложен разпределен товар $q = 25$ kN/m, от което следва, че Q_z – функцията е линейна – необходими са две стойности, за да бъде начертана. В началото на участъка има приложена вертикална концентрирана сила (опорна реакция) с големина 58 kN. Тя определя първата стойност – скок в т. A с големина и посока – тези на силата (Фиг.2.6).



Фиг. 2.6

За втората стойност, тази в т. C, се използва площната проверка:

$$Q_{z,C} - Q_{z,A} = -R_q(A \div C) \Rightarrow Q_{z,C} - 58 = -25.4 \Rightarrow Q_{z,C} = -42kN.$$

Тук е необходимо да се определи и разстоянието, на което M_y – функцията добива екстремна стойност. То е:

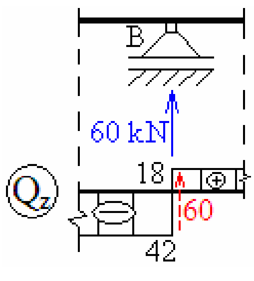
$$x_{extr.} = \frac{Q_{z,A}}{q} = \frac{58}{25} = 2{,}42 \text{ m}.$$

3.2 Участък CB

В този участък няма разпределен вертикален товар – функцията на срязващото усилие ще бъде константа – необходима е една стойност за изчертаването й. Вземаме тази стойност от т. C ($Q_{z,C} = -42$ kN), защото в нея няма концентрирана вертикална сила, т.е. няма скок.

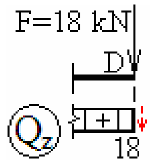
3.3 Участък BD

В него също няма разпределен вертикален товар – функцията на Q_z отново е константа; за определянето й се използва правилото на скоковете – в т. B е приложена концентрирана вертикална сила (опорна реакция) с големина 60 kN – скокът в тази точка трябва да е със същата големина. Стойността в $B^{ляво}$ е -42 kN. При положение, че скокът трябва да е по посока на силата, стойността на Q_z в $B^{дясно}$ става $+18$ kN (Фиг.2.7).



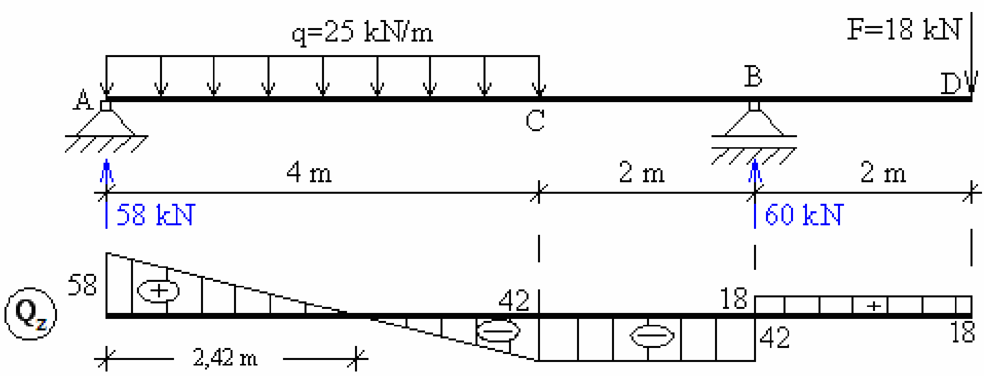
Фиг. 2.7

В края на участъка (т. D) е приложена концентрирана вертикална сила с големина $18\,\text{kN}$ и посока такава, че да затвори диаграмата.



Фиг. 2.8

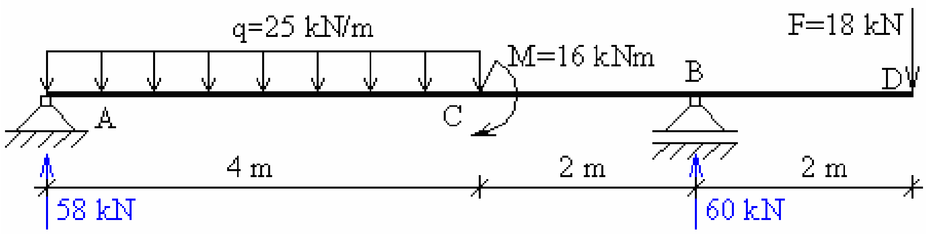
3.4 Окончателна Q_z – диаграма (Фиг.2.9)



Фиг. 2.9

4. M_y – диаграма

Гредата се разделя отново на три участъка: AC, CB и BD (Фиг.2.10).



Фиг. 2.10

4.1 Участък AC

В този участък има приложен разпределен товар $q = 25\,\text{kN/m}$, от което следва, че Q_z – функцията е линейна, а M_y – функцията е квадратна. За да бъде начертана диаграмата, необходими са поне три стойности; това ще бъдат стойностите на момента в началото и края на участъка и неговия екстремум.

В началото на участъка има ставна опора, а няма приложен концентриран момент. В такъв случай, стойността на момента е нула.

Стойността в края на участъка ще бъде получена от площната проверка:

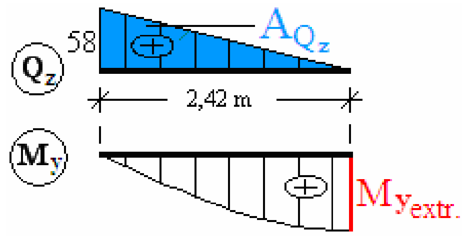
$$M_{y,C} - M_{y,A} = A_{Q_z}(A \div C) \;\Rightarrow\; M_{y,C} - 0 = \frac{1}{2}(58-42).4 \;\Rightarrow\; M_{y,C} = 32\,\text{kNm}.$$

Стойността на екстремума в моментовата диаграма се получава отново с помощта на площната проверка (Фиг.2.11):

$$M_{y,extr.} - M_{y,A} = A_{Q_z}(A \div extr.)$$

$$M_{y,extr.} - 0 = \frac{1}{2}.58.2{,}42$$

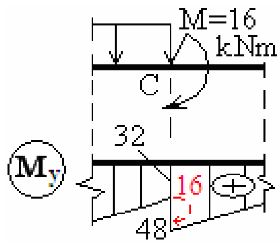
$$M_{y,C} = 70{,}18\,\text{kNm}.$$



Фиг. 2.11

4.2 Участък *CB*

В този участък няма разпределен товар и M_y – функцията ще бъде линейна. Стойността в началото на участъка се получава по правилото за скоковете, защото в т. C има приложен концентриран момент с големина $16\,\text{kNm}$. Скокът е с големината на момента и посока надолу /моментът се поставя като плавно продължение на начертаната лява част на диаграмата/ (Фиг.2.11).



Фиг. 2.12

Стойността в края на участъка се получава посредством площната проверка:

$$M_{y,B} - M_{y,C} = A_{Q_z}(C \div B) \;\Rightarrow\; M_{y,B} - 48 = -42.2 \;\Rightarrow\; M_{y,C} = -36\,\text{kNm}.$$

4.3 Участък *BD*

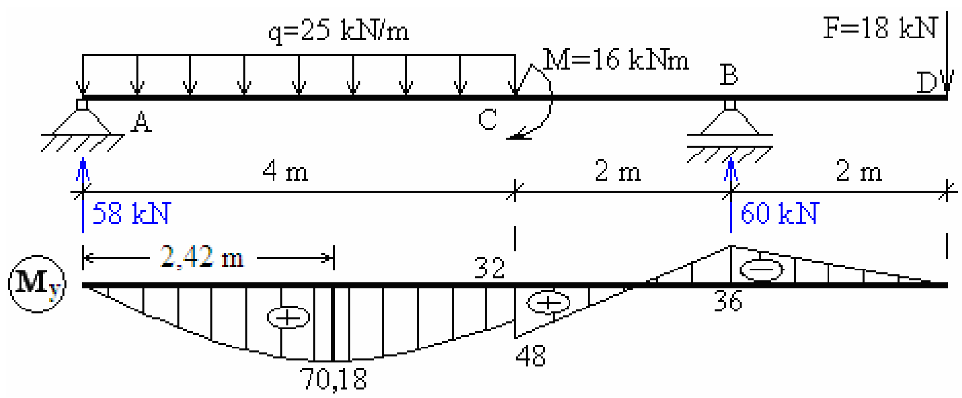
Тук отново няма разпределен товар и M_y – функцията е линейна. Стойността на момента в началото на участъка е $-36\,\text{kNm}$, колкото е и в края на предишния участък, защото няма концентриран момент, който да я промени. Стойността в края на участъка може да бъде получена по два начина:

1) чрез площната проверка

$$M_{y,D} - M_{y,B} = A_{Q_z}(B \div D) \;\Rightarrow\; M_{y,D} - (-36) = 18.2 \;\Rightarrow\; M_{y,D} = 0\,;$$

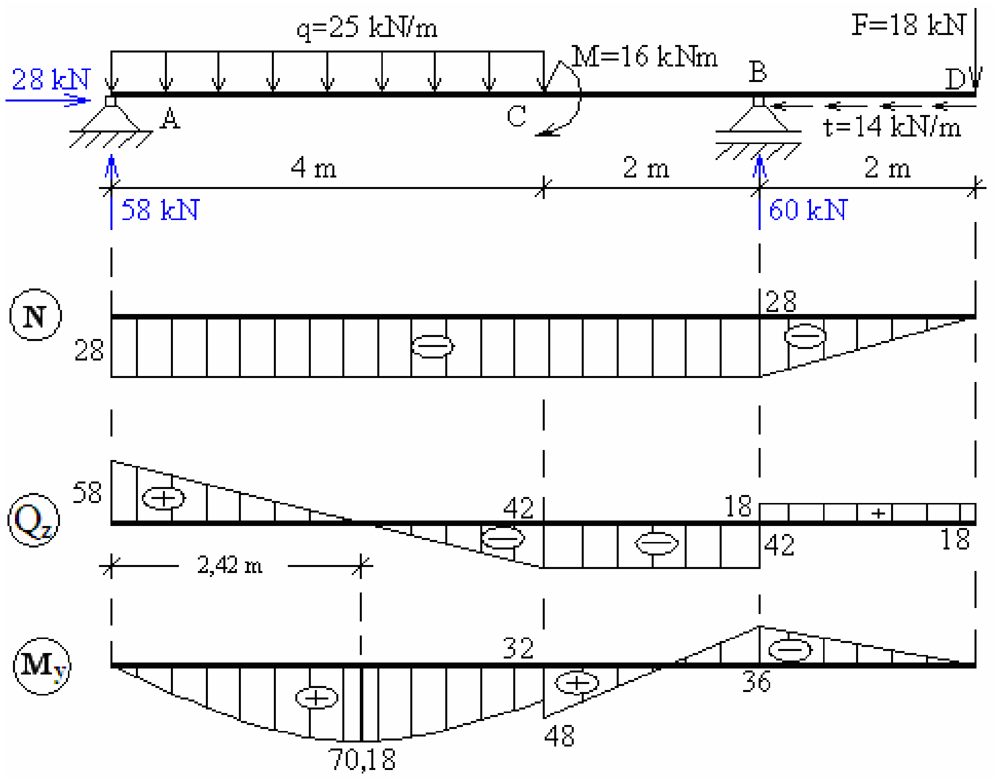
2) чрез правилата за скоковете – т. D е крайна точка за гредата, а в нея няма приложен концентриран момент, т.е. стойността там е нула.

4.4 Окончателна M_y **– диаграма** (Фиг. 2.13)



Фиг. 2.13

5. ДИАГРАМИ НА РАЗРЕЗНИТЕ УСИЛИЯ (Фиг.2.14)



Фиг. 2.14