

НОСИМОСПОСОБНОСТ НА СТОМАНОБЕТОННИ КОЛОНИ, ПОДЛОЖЕНИ НА ОСОВИ СИЛИ

Атанас А. Георгиев¹

ULTIMATE LIMIT STATES OF REINFORCED CONCRETE COLUMNS UNDER AXIAL FORCES

Atanas A. Georgiev¹

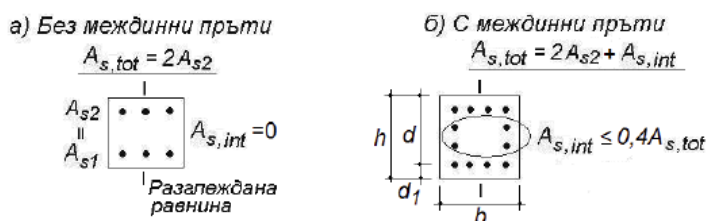
Анализите в този доклад се основават на прецизен прочит и стриктно прилагане на изискванията на EC2 [1], отнасящи се до приемането на ексцентрицитетите при изследване на носимоспособността на колони с центрично натоварване. Трябва да се признае, че в литературата на български език (препоръки, ръководства, указания, вкл.[3]) геометричните несъвършенства са отчетени твърде консервативно (вж. т.1). В [4] авторът на тази статия посочва, че това е „приемливо за нашите условия“, имайки предвид случаите на занижен контрол при изпълнението. Те обаче не трябва да са основание за „компенсации“ чрез моделите за носимоспособност.

Изследванията са проведени и резултатите се отнасят за носимоспособността на стоманобетонни колони от хоризонтално неотместваеми (укрепени) системи при следните условия:

(1) Силовите ефекти от I ред са само осови (нормални) сили N_{Ed} , без огъващи моменти, т.е. ексцентрицитет $e_1 = M_{Ed} / N_{Ed} = 0$. Това е характерно за случаите на моделиране на ставни връзки на колоните с междуетажните конструкции или при разглеждане на стойките в направление перпендикулярно на неотместваемите равнинни рамки.

(2) Колоните са от обикновен бетон (клас от C20/25 до C50/60), армирани със стомана клас B500 ($f_{yd} = 435 \text{ MPa}$, $\varepsilon_{yd} = 2,175\%$). Резултатите могат да се прилагат и в случаите със стомана клас B420, но са силно консервативни.

(3) Колоните са с правоъгълно или с квадратно напречно сечение. В направлението на разглежданата равнина надлъжната армировка е симетрична и може да е аранжирана в два ($A_{s,int} = 0$) или повече реда (фиг.1).

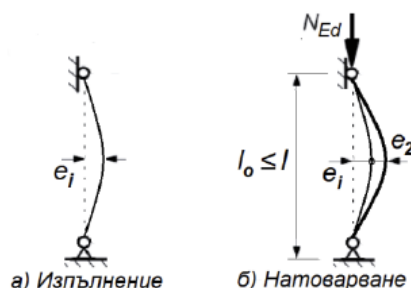


Фиг.1. Случаи на разпределение на прътите в напречни сечения на колоните

1. Общо за ексцентрицитетите

(1) Дори и при разглеждания случай на осово натоварване ($e_1 = M_{Ed} / N_{Ed} = 0$), в крайно гранично състояние при дълготрайни и извънредни изчислителни ситуации трябва да се отчетат ексцентрицитети, дължащи се на геометрични несавършенства (e_i), както и такива, породени от огъването от II ред (e_2) – фиг.2.

¹ Проф. д-р инженер, УАСГ-София, Катедра „Масивни конструкции”, atanasg@vip.bg
Prof. Dr. Eng., UACEG-Sofia, Department “Reinforced Concrete Structures”, atanasg@vip.bg



Фиг.2. Ексцентрицитетите при осово натоварване

(2) Носимоспособността на нормалните сечения трябва да се проверява с общ ексцентрицитет $e = \max\{e_i + e_2; e_0\}$, (1)

където

$$e_0 = h / 30 \geq 20 \text{ mm} \quad (2)$$

е минималната стойност, регламентирана в EC2, т.6.1(4).

Консервативното приемане, за което се спомена във въведението, е тълкуването на e_0 като ексцентрицитет e_i , към който трябва да се добавя e_2 .

(3) Целта на следващите анализи е да се установят максималните стойности $(l_0/h)_{\max}$ на колоните с осови сили, за които

$$e_i + e_2 = e_0. \quad (3)$$

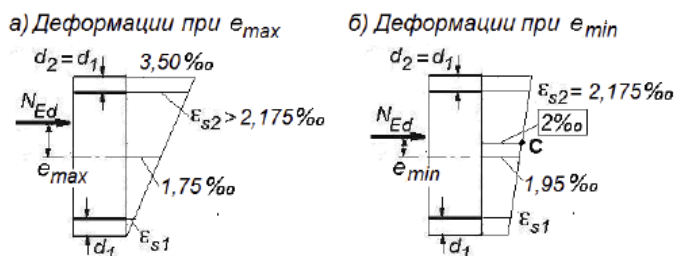
Така проверките за носимоспособност ще се провеждат директно, без необходимост от други проучвания, с ексцентрицитет $e = e_0$, който се определя еднозначно от (2) в зависимост от приетата височина h на напречното сечение.

(4) При това, двете главни направления на напречните сечения се разглеждат независимо (равнинен нецентричен натиск), както независимо се приемат и случайните ексцентрицитети e_i - вж. EC2, т.5.8.9(2). Поради малките стойности на e_0 , ефектът от двойното огъване се пренебрегва и в случаите на големи силови ексцентрицитети e_1 в другото направление.

(5) В следващите точки 2 и 3 са решени предварителни задачи, необходими за изследванията на деформациите от II ред (ексцентрицитетите e_2).

2. Деформации на напречните сечения при много малки ексцентрицитети (ММЕ)

(1) В [3] с ММЕ са дефинирани случаите, когато цялото напречно сечение е натиснато, т.е. $x \geq h$. Горната граница на ексцентрицитетите e_{\max} на натисковата сила N_{Ed} трябва да гарантира триъгълната диаграма на деформациите на натиск (фиг.3.а), а долната граница e_{\min} - провлачането на по-силно натиснатата армировка A_{s2} от стомана клас B500 (фиг.3.б).



Фиг.3. Граници на деформациите за случаите на ММЕ

(2) Доказва се, че регламентираният в EC2 $e_0 = h / 30 \geq 20 \text{ mm}$ гарантира провлачане на A_{s2} от клас B500, като попада в дефинираните по-горе граници на ММЕ, които (напр. за $d_1 / h = 0,10$) са

$$(0,29 - 0,15 / n_{Ed}) \geq e / h \geq (0,044 - 0,035 / n_{Ed}), \quad (4)$$

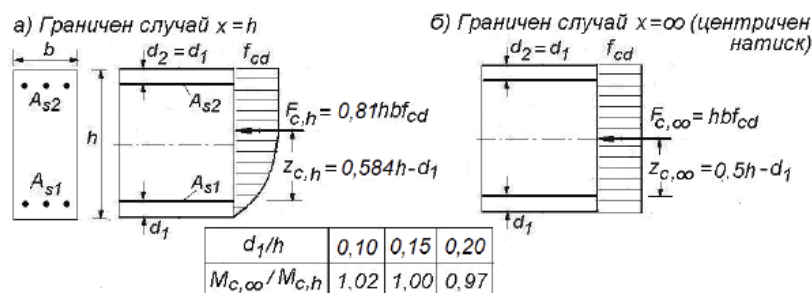
където

$$n_{Ed} = N_{Ed} / (b \cdot h \cdot f_{cd}) \quad (5)$$

е относителната натискава сила. Тя може да варира (в зависимост от класа на бетона и от общия коефициент на надлъжно армиране ρ_l) в границите от 0,80 (при $\rho_l = 0$) до 2,50 (при $\rho_l = 0,04$) – вж. и т.3(2)

3. Носимоспособност при ММЕ със симетрична армировка

(1) В [3] е анализирана големината на силата в бетона F_c , която зависи от пълнотата на диаграмата на натисковите напрежения (фиг.4). Установено е, че моментите на тези сили спрямо по-слабо натиснатата армировка A_{s1} е постоянна величина, която най-лесно може да се установи с помощта на симетричния правоъгълен блок на напреженията. При това за проверките



Фиг.4. Обосновка на приемането на пълен равномерен блок на напрежения в бетона в случаите на много малък ексцентрицитет в модела за носимоспособност [3]

(изчисляването) на носимоспособността, моментното равновесие е достатъчно и неизвестните помалки напрежения в армировката A_{s1} са без значение. На фиг.4 е представена по-прецизна обосновка за приемането на правоъгълния блок, като са използвани по точните параметри на параболично-линейната диаграма: пълнота 0,81 (а не 0,80) и ц.т. на 0,416h от горния ръб (а не 0,4h).

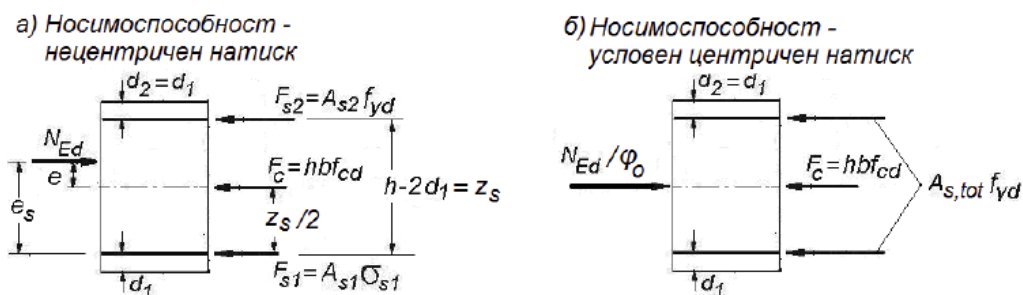
(2) Площта на $A_{s2} = A_{s,tot} / 2$ се определя от моментно условие, записано за нивото на армировката A_{s1} (фиг.5.а). В параметричен вид то е

$$\omega_{tot} = 2n_{Ed} \cdot e_s / z_s - 1, \quad (6)$$

където

$$\omega_{tot} = (A_{s,tot} / bh)(f_{yd} / f_{cd}) \quad (7)$$

е механичният коефициент на армиране с надлъжна армировка. Теоретичните граници на стойностите му са между 0,10 и 1,50, но приложните са по-тесни.



Фиг.5. Двама модела за носимоспособност при нецентричен натиск с ММЕ

(3) Същият резултат може да се получи, ако нецентричният натиск с ММЕ се приеме за условен центричен, при условие, че носимоспособността се редуцира с подходящ коефициент $\varphi_0 < 1,0$ или нормалната сила, приета като центрична, се завиши до N_{Ed} / φ_0 . От фиг.5.б следва:

$$n_{Ed} = \varphi_0(1 + \omega_{tot}) \quad (8)$$

или $\omega_{tot} = n_{Ed} / \varphi_0 - 1$. (9)

От равенства (7) и (9) за коефициента φ_0 се извежда изразът

$$\varphi_0 = 1 / (2e / z_s + 1), \quad (10)$$

който зависи еднозначно от предварително известни геометрични параметри.

В таблица 2 са изчислени стойностите на φ_0 за различна височина h на напречни сечения на колони с $d_1 / h = 0,10 \geq 50 \text{ mm}$, подложени на натиск с минималния ексцентрицитет $e = e_0 = h / 30 \geq 20 \text{ mm}$.

Таблица 1. Коефициенти φ_0

$h, \text{ mm}$	250	300	400	500	≥ 600
$z_s, \text{ mm}$	150	200	300	400	$0,8h$
$e, \text{ mm}$	20	20	20	20	$h/30$
φ_0	0,79	0,83	0,88	0,91	0,92

4. Геометрични несъвършенства (имперфекции) e_i

(1) Те се приемат в зависимост от ефективната дължина l_0 на колоната и от етажната ѝ височина l , като при неотместваемите системи $l_0 \leq l$ (фиг.1).

(2) В таблица 2 са представени относителните стойности e_i / h като функция на l_0 / h .

Таблица 2. Ексцентрицитети e_i

$l_0, \text{ m}$	$l_0 \leq 4,0$	$4,0 < l_0 \leq 9,0$	$l_0 > 9,0$
e_i / h	$(l_0 / h) / 400$	$2(l_0 / h) / (400 \sqrt{l})$	$(2/3)(l_0 / h) / 400$

4. Ексцентрицитети от II ред e_2

Те се изчисляват с по-достъпния „метод на номиналната кривина“. Той е представен подробно в [3], а тук са направени уточнения, които се налагат от някои неконсервативни приемания в EC2.

(1) Преместването e_2 в критичното сечение се представя като функция на кривината ($1/r$) в същата област (фиг.6):

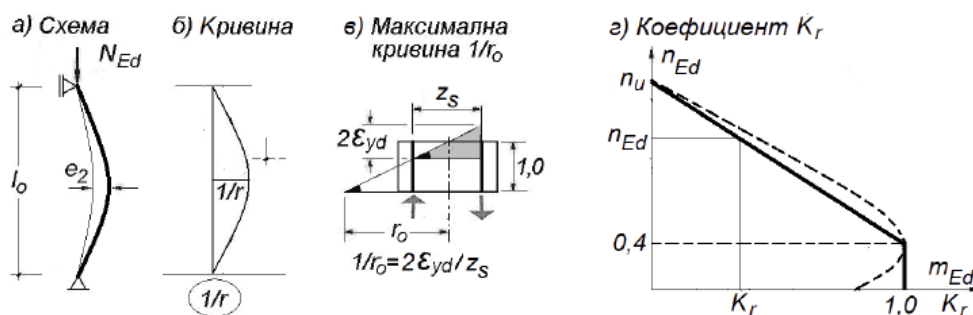
$$e_2 = (1/r) l_0^2 / \pi^2. \quad (11)$$

Кривината ($1/r$) зависи от много фактори, които модифицират формула (11):

$$e_2 = [K_r K_\varphi (1/r_0)] l_0^2 / 10. \quad (12)$$

(2) Максималната кривина ($1/r_0$) се получава при едновременно провлачане на опънната и на натисквата армировка в напречното сечение (фиг.6.в):

$$(1/r_0) = 2\varepsilon_{yd} / z_s = (f_{yd} / E_s) / (0,5z_s). \quad (13)$$



Фиг.6. Към определянето на ексцентрицитетите от II ред e_2

(3) В случаите на нецентричен натиск с ММЕ сеченията са изцяло натиснати и провлача само по-силно натиснатата армировка. Затова $(1/r_0)$ трябва да се редуцира. Коефициентът за редукция на кривината K_r (фиг.6.г) е афинен на взаимодействието $m_{Ed} - n_{Ed}$ на относителните стойности на разрезните усилия. В областта на разрушение от натиск той се изчислява от подобие на триъгълници:

$$K_r = \frac{n_u - n_{Ed}}{n_u - 0,4} \leq 1,0, \quad (14)$$

където $n_{Ed} = \varphi_0(1 + \omega_{tot})$ е фактическата относителна натискова сила, разположена ексцентрично (формула 8), а $n_u = n_{Ed} / \varphi_0 = (1 + \omega_{tot})$ е относителната стойност на условната центрична сила (фиг.5.б). С горните уточнения се извежда:

$$K_r = \frac{1 - \varphi_0}{1 - 0,4/(1 + \omega_{tot})} \leq 1,0. \quad (15)$$

В таблица 3 коефициентът K_r е изчислен с консервативната стойност $\omega_{tot} = 0,10$.

Таблица 3. Коефициенти K_r

h, mm	250	300	400	500	≥ 600
K_r	0,33	0,27	0,19	0,14	0,13

(4) Преместванията трябва да се завишат с коефициент за пълзене на бетона $K_\varphi \geq 1,0$. Тук е приложен модифицираният израз от [3]

$$K_\varphi = 1,8 - 0,04l_0 / h, \quad (16)$$

който е консервативен само за по-високите класове бетон и е изведен при следните изходни данни:

- ефективна дебелина на напречните сечения на колоните 100mm;
- относителна влажност на въздуха 70%;
- коефициенти на пълзене $\varphi(28, \infty) = 2,55 \div 1,53$ за бетони от клас C20/25 до C50/60;
- ефективен коефициент на пълзене $\varphi_{ef} = 0,7 \cdot \varphi(28, \infty)$ - вж. EC2, т.5.8.4(2).

(5) От (12) за относителният ексцентритет e_2 / h може да се запише:

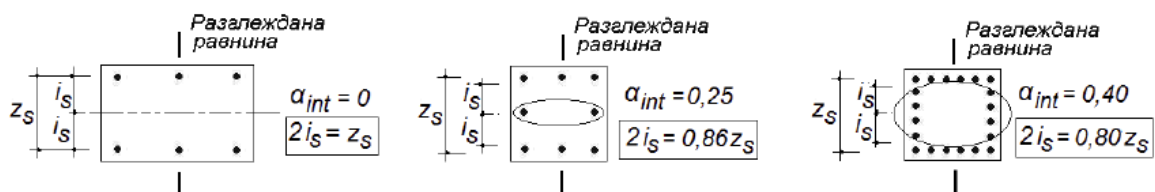
$$e_2 / h = \alpha_0(1,8 - 0,04l_0 / h)(l_0 / h)^2, \quad (17)$$

където $\alpha_0 = 4,35 \cdot 10^{-4} K_r (h / z_s)$. (18)

Коефициентите K_r са представени в таблица 3, а рамото на армировките $z_s = h - 2d_1$ в случаите без вътрешни пръти ($\alpha_{int} = A_{s,int} / A_{tot} = 0$) – в таблица 1. Фактическата височина на z_s се определя от

$$z_s = 2i_s, \quad (19)$$

където i_s е инерционният радиус на общата площ на армировката. Той се влияе съществено от разпределението на пръти успоредно на разглежданата равнина на огъване (фиг.7). Формула (19) е ясен физически смисъл и много по-прецизна от приближението в EC2, т.8.8.3(2).



Фиг.7. Приложни случаи на аранжиране на вътрешни пръти $\alpha_{int} = A_{s,int} / A_{tot}$

Характерните стойности на коефициента α_0 по формула (18) в зависимост от редуцираните стойности на z_s (т.е. от вътрешната армировка $\alpha_{int} = A_{s,int} / A_{tot}$ и за различни височини на

капречните сечения са систематизирани в таблица 4.

Таблица 4. Коефициенти $\alpha_0 \cdot 10^4$

h, mm	250	300	400	500	≥ 600
$\alpha_{int} = 0$	2,40	1,76	1,10	0,76	0,71
$\alpha_{int} = 0,25$	-	2,05	1,28	0,88	0,82
$\alpha_{int} = 0,40$	-	-	1,38	0,95	0,89

5. Гранични стойности $(l_0/h)_{max}$

(1) Те са определени така, че сумарните ексцентритети от несъвършенства (табл.2) и от II ред (определени за максималните стойности на α_0 от табл.4) да изпълняват условие (3).

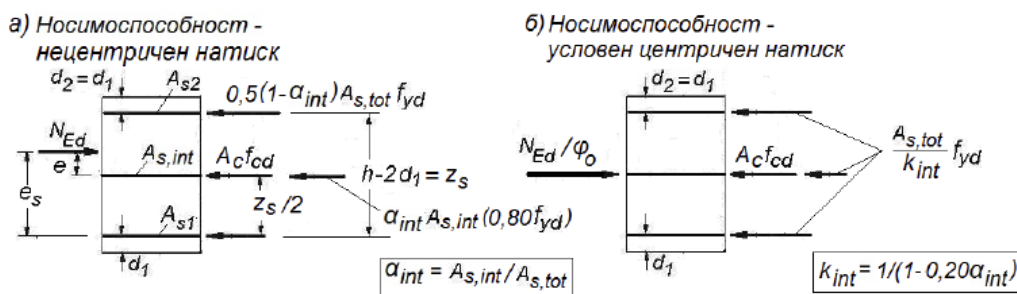
(2) В табл.5 са представени и абсолютните стойности на ефективните височини $(l_0)_{max}$. Повторени са и стойностите на коефициента φ_0 , изведени за $e = e_0$ и необходими за изследването на носимоспособността на нормалните сечения със симетрична армировка (т.6). Ограничението $l_0 \leq 6,0m$ е необходимо за стопиране на нарастващия принос на e_i върху общите премествания.

Таблица 5. Стойности на $(l_0/h)_{max}$

h, mm	250	300	400	500	≥ 600
$(l_0/h)_{max}$	12,5	11,5	11,0	10,5	10,0
$(l_0)_{max}, m$	3,10	3,50	4,40	5,20	$\leq 6,0$
φ_0	0,79	0,83	0,88	0,91	0,92

6. Задачите за носимоспособност

(1) В общия случай сеченията на колоните са конструирани с вътрешни пръти с площ $A_{s,int}$ (фиг.7), които за анализите могат да се приемат съсредоточени в оста на напречното сечение, където деформациите на натиск са в границите от 1,75‰ до 1,95‰ (фиг.3). С умерена консервативност за деформации в армировката $A_{s,int}$ може да се приеме минималната стойност 1,75‰, което означава напрежение $0,80 f_{yd}$ за стомана клас B500 (за клас B420 напрежението е $\approx f_{yd}$).



Фиг.8. Моделите за носимоспособност при нецентричен натиск с ММЕ и вътрешна армировка

(2) Подобно на анализите в т.3, на фиг.8 са представени базовият (вляво) и условният модел за носимоспособност на напречни сечения с вътрешна армировка.

(3) Базовият модел на фиг.8.а може да се прилага във всички случаи на нецентричен натиск с ММЕ, за които са спазени границите (4). Необходимо е да прогнозира аранжирането на вътрешни пръти в напречното сечение, т.е. $\alpha_{int} = A_{s,int} / A_{s,tot}$.

(4) Условният модел на фиг.8.б с коефициенти φ_0 е приложим за случаите, при които са спазени ограниченията за $(l_0/h)_{max}$ от табл.5. От хоризонталното равновесие в този модел се решава

главната (правата) задача - проверка на носимоспособността:

$$N_{Ed} \leq \varphi_0 (f_{cd} A_c + f_{yd} A_{s,tot} / k_{int}) \quad (20)$$

Другите (обратните) задачи се решават чрез познати модификации на условие (20).

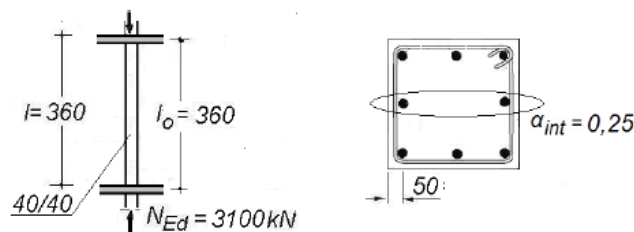
7. Числен пример [4]

Вътрешна колона на 3 етаж от осеметажна офис сграда с безредови междуетажни конструкции:

- Клас на околната среда XC1: бетон клас C25/30 ($f_{cd} = 0,85 \cdot 25 / 1,5 = 14,2 \text{ MPa}$)

- Стомана клас B500: $f_{yd} = 435 \text{ MPa}$

- Напречно сечение 40/40 cm с прогноза $\alpha_{int} = A_{s,int} / A_{tot} = 0,25$



- Ефективна дължина $l_0 = l = 3,60 < 4,40 \text{ m} \rightarrow \varphi = 0,88$ (табл.5)

- Равностойни (симетрични) направления

- Коефициент $k_{int} = 1 / (1 - 0,20 \alpha_{int}) = 1 / (1 - 0,20 \cdot 0,25) = 1,05$

- Обща армировка:

$$A_{s,tot} = k_{int} (N_{Ed} / \varphi_0 - f_{cd} A_c) / f_{yd} = 1,05 \cdot (3100 / 0,88 - 1,42 \cdot 1600) / 43,5 = 30,2 \text{ cm}^2$$

Приети: $8\phi 22$ ($A_{s,tot} = 30,4 \text{ cm}^2$, $\rho_l = 1,9\% < 4,0\%$)

8. Заключение

(1) От изследванията с прецизирани начални и вторични ексцентритети в укрепени колони с центрично натоварване може да се обобщи, че за масовите в практиката случаи на напречни сечения и височини, проверките за носимоспособност са изключително достъпни и елементарни.

(2) Анализите показват, че методът в т.14.3 на [3], адаптиран от въприетия в нормите [2] подход, е напълно адекватен, но стойностите на коефициентите φ там трябва да бъдат завишени.

(3) Трябва да е ясно също, че отношението $(l_0/h)_{\max}$ изобщо не трябва да се съпоставя с известната гранична стойност λ_{lim} , която дефинира съвсем друг критерий – да се отчитат или не ефектите от II ред.

ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА

1. БДС EN 1992-1-1:2005, Еврокод 2: Проектиране на стоманобетонни конструкции, Част 1-1: Общи правила и правила за сгради.
2. Норми за проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции, 1988г.
3. Велинов, К., Н. Ангелов, А. Георгиев, БДС EN 1992-1-1: Указания, 2014.
4. Георгиев, А., Числени примери към книгата „БДС EN 1992-1-1: Указания“, КИИП-София град, 2015.
5. Csuka V., L. Kollar, Design of reinforced concrete columns under centric load according to Eurocode 2.