Тема 9. Цифрова филтрация на данни.

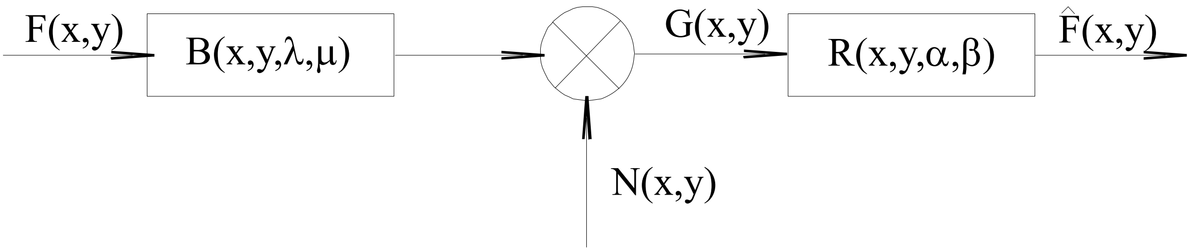
9.1. Необходимост от цифрова филтрация.

9.2. Някои класически приложения.

9.3. Класификация на типовете филтри. Типове филтри – схеми на класификация, характеристики и приложения.

9.1. Необходимост от цифрова филтрация.

Необходимостта от филтрация се обуславя от наличието на изкривявания в приетия сигнал.. Както е известно общата схема на преобразуване на сигнали има вида:



Фиг.9.1.

Наличието на изкривявания и влиянието (добавянето) на шум към сигналаводи до приемането на изкривен сигнал. Неговото възстановяване изисква прилагането на методи на филтрация.

Тъй като системата е линейна, то резултантното изображение след преобразуването се описва с интеграла на суперпозицията:

$$G(\mathrm{x}) = \int F(\alpha).\mathrm{B}(\mathrm{x},\alpha).\mathrm{d}\alpha + \mathrm{N}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \qquad (8.3)$$

където F(x,y) - входно изображение,

G(x,y) - изходно изображение,

B(x,y,α,β) - пространствено зависима импулсна реакция на преобразувателя,

N(x,y) - адитивен шум.

Представянето на възстановеното изображение се получава от зависимостта:

$$\hat{F}(\mathrm{x}) = \int \mathrm{G}(\alpha).\mathrm{R}(\mathrm{x},\alpha).\mathrm{d}\alpha \qquad (8.4)$$

където $\hat{\mathbf{F}}(\mathbf{x},\mathbf{y})$ е възстановеното изображение,

а R(x,y,α,β) е импулсната реакция на възстановяващата система.

В общия случай предавателната функция зависи от положението на точките (пространствено зависима реакция). За този тип изкривявания се налага използването на алгебрични методи за корекция. Такъв се явява методът на псевдообръщане на матрицата на преобразуване:

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{B}^{-}.\boldsymbol{g} \qquad (8.5)$$

където $\boldsymbol{f}$ е вектор на входното изображение,

$\boldsymbol{g}$ - вектор на наблюдаваното изображение,

Тема 10. Проектиране на цифрови филтри.

10.1. Проектиране в пространствената област. Филтри с крайна и безкрайна импулсна характеристика.

10.2. Проектиране в спектралната област. Рекурсивни и нерекурсивни филтри.

10.1. Проектиране в пространствената област. Филтри с крайна и безкрайна импулсна характеристика.

10.2. Проектиране в спектралната област. Рекурсивни и нерекурсивни филтри.

Методите за проектиране на рекурсивни и нерекурсивни филтри силно се отличават. Затова те ще бъдат разгледани отделно. Нерекурсивните филтри са лесни за рализация, имат стабилни характеристики независимо от ефектите на дискретизация на коефициентите. Но те изискват по-голям брой звена, за да се получат филтри с по-рязка граница в честотната характеристика.

Рекурсивните филтри са по-сложни за изчисление, по-нестабилни по отношение на точността н акоефициентите, но позволяват да се получат реализации с по-добро качество на характеристиките в честотната област (по-висока стръмност на амплитудната характеристика на границата на преход между пропускане и непропускане на филтъра.

10.2.1. Проектиране на нерекусивен филтър

Съществуват три основни метода за проектиране на нерекурсивен филтър:

-метод, основан на класическа интерполация и формула за диференциране за равноотстоящи данни;

-метод, използващ приближение на реда на Фурие;

-метод, използващ апроксимация по метода на най-малките квадрати.

Метод на класическия числен анализ

Класическите формули за интерполация и диференциране се реализират в цифрова форма посредством оператор на закъснение и оператор за z-преобразуване. Операторът на z-преобразуване е аналогичен на правото и обратно преобразуване на Фурие, но с тази разлика, че повдигането на комплексна степен има не само имагинерна, но и реална съставна.

Правото z-преобразуване се дефинира от зависимостта:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n}$$

Ако комплексната променлива z се представи в полярни координати, то z се представя във вида:

$$z = re^{tw}$$

Тогава z-преобразуванието може да се интерпретира като преобразуване на Фурие.

Тема 11. Конструиране на нерекурсивен филтър.

11.1. Въведение. Явление на Хипс. Тежестни функции.

11.2. Прозоречни функции при проектиране на дискретни филтри

11.3. Нискочестотни функции. Лентови функции. Приложения в геодезията.

11.1. Въведение. Явление на Хипс. Тежестни функции.

Явлението на Хипс е формулирано първоначално от Дж. Хипс. Същността може да се опише при апроксимацията на правоъгълна функция, описана на интервала $(-\pi < t < \pi)$. Тя се дефинира чрез уравнението

$$g(t)=\begin{cases}-1/2 & -\pi < t < 0\\ 1/2 & 0<t<\pi\end{cases}$$

Функцията има прекъсване в точката $t=0$, където има скок на амплитудата. Разлагането в ред на Фурие се представя във вида:

$$g(t)=\tfrac{2}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\sin(2k+1)t}{2k+1}.$$

Отсеченият ред за частичната сума може да се запише във вида

$$g_N(t)=\tfrac{2}{\pi}\sum_{k=0}^{N}\left[\int_0^t \cos(2k+1)u.du\right]=\tfrac{2}{\pi}\int_0^t\left[\sum_{k=0}^{N}\cos(2k+1)u\right]du$$

Сумата от косинусните членове s_N се получава след умножение на sin от полуразликата на съседните членове на реда.

$$s_N\sin u=\sum_{k=0}^{N}\sin u\cos(2k+1)u=\tfrac{1}{2}\sin[2(N+1)u]$$

По такъв начин за частичната сума се получава изразът:

$$g_N(t)=\tfrac{1}{\pi}\int_0^t\frac{\sin 2(N+1)u}{\sin u}du$$

Ако се въведе независимата променлива $x=2t/\pi$, то за сумата от първите 5 члена се получават осцилации. За да намерим максимумите и минимумите на осцилациите се извършва диференциране на подинтегралния израз. Първият максимум се получава при $t=\dfrac{\pi}{2(N+1)}$. Стойността на частичната сума в тази точка е съответно от вида:

$$g_N\left[\frac{\pi}{2(N+1)}\right]=\tfrac{1}{\pi}\int_0^{\pi/[2(N+1]}\frac{\sin[2(N+1)u]}{\sin u}du$$

Ако $N\to\infty$, то за стойността на първия отскок се получава изразът:

$$g_\infty(0)=\tfrac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin v}{v}dv$$

Съответно за първия максимум се получава

$$g_{\max}(0)=0.58949=0.5+0.08949$$

$$g_{\min}(1)=0.45142=0.5-0.04858$$

Тема 12. Проектиране на рекурсивни филтри.

12.1. Основни принципи на проектирането.

12.2. Приложения.

12.1. Основни принципи на проектирането.

Функциите на спектрална плътност могат да се определят по следните три начина:

А) посредством ковариационните функциии;
Б) посредством крайно преобразувание на Фурие;
Б) чрез филтрация, повдигане на квадрат и осредняване.
Между тези функции могат да се получат важни съотошения.

Определяне посредством крайно преобразувание на Фурие

12.2. Прозоречни функции при проектиране на дискретни филтри

Отсечен ред на Фурие
Ако функцията се представя в безкраен ред на Фурие, то тя има вида:

$$g(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{\iota kt}$$

Представянето с отсечен ред има вида:

$$g(t)=\sum_{k=-N}^{N} c_k e^{\iota kt}$$

Това може да се разглежда като умножение на безкрайния ред с коефициенти ...0,0,0,1,1,...1,0,0,0,..., която съдържа 2N+1 ненулеви значения или

$$d_k=\begin{cases}1, & |k|\le N\\ 0, & |k|>N\end{cases}$$

Тогава функцията се представя като сума на следния ред

$$h(t)=\sum_{k=-N}^{N} e^{\iota kt}=e^{-iNt}+e^{-\iota(N-1)t}+\ldots+e^{\iota(N-1)t}+e^{-iNt}$$

Това е сума на геометрична прогресия. В крайна сметка се получава

$$h(t)=\frac{e^{\iota(N+1/2)t}-e^{-\iota(N+1/2)t}}{e^{\iota t/2}-e^{-\iota t/2}}=\frac{\sin[(N+1/2)t}{\sin(t/2)},\quad (|t|<\pi)$$

За големи стойности на N осцилиращата функция на грешката бързо спада.

Отсеченият ред на Фурие съответства на конволюция с прозоречна функция от вида:

$$h(t)=\frac{\sin[(N+1/2)t]}{\sin(t/2)}$$

По този начин колебанията при ефекта на Хипс се представят чрез sinc функция на прозорец.

Ако последователността от дискретни отчети $\{x_n\}$ се замени с последователност на отчетите умножени с тежестни коефициенти w_n, то се получава новата последователност $\{w_n x_n\}$. Простото двукратно намаление на крайните стойности води до следния вид на прозоречната функция: