

# ВЕРТИКАЛНИ ВКОРАВИТЕЛИ И ВЪТРЕШНО НАЛЯГАНЕ - ФАКТОРИ, КОИТО ВЛИЯТ НА РАЗПРОСТРАНЕНИЕТО НА МЕРИДИАННИТЕ НАПРЕЖЕНИЯ В СТОМАНЕНИ СИЛОЗИ НА ОТДЕЛНИ ОПОРИ

доц. д-р инж. Любомир А. Здравков\*

катедра „МДПК“, Строителен факултет, УАСГ  
София 1046, бул. „Христо Смирненски“ №1, България

## АБСТРАКТ

Стоманените силози са интересни, комплексни съоръжения. За да се осигури цялостното им изпразване по гравитачен път, често те са поставени над земята на носеща конструкция. Стойностите на напреженията в снаждането на тънкостенната черупка и носещите прътови елементи са много големи. Това може да доведе до местна загуба на устойчивост в черупката. Много изследователи са работили върху стойностите и начина на разпространение на меридианните нормални напрежения в тези възли. Техният традиционен подход е да разделят мислено цилиндричната черупка на две части – дискретно подпряна пръстеновидна греда и непрекъснато подпряна черупка над нея. В резултат на усилията им са определени критичната височина  $H_{cr}$  на черупката и идеалното положение на междинния закоравяващ пръстен. Научните резултати са базирани на полумембранната теория на Власов, в която не се отчита влиянието на вертикалните вкоравители и вътрешното налягане. От друга страна обаче, всички стоманени силози са натоварени с вътрешно налягане от съхранявания продукт и много от тях имат вертикални ребра над опорите. Възможно ли е вече получените научни резултати да бъдат приложени към тези силози? В настоящата статия авторът ще покаже, че вкоравителите и вътрешното налягане не трябва да бъдат пренебрегвани при реален конструкционен анализ.

**Ключови думи:** стоманен силоз, меридианно напрежение, критична височина, вертикален вкоравител, вътрешно налягане

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Често стоманените силози са повдигнати съоръжения, поставени на носеща конструкция. Целта е да се осигури лесно и цялостно изпразване на съхранявания продукт по гравитачен път. Носещата конструкция е различна за всеки проект, тъй като зависи от реалните условия на експлоатация. Най – популярни са два типа – изградена от хоризонтални греди и колони, или само от колони. И двата типа прътова конструкция предизвикват концентрирани меридианни сили в цилиндричното тяло на силоза. В резултат, тънкостенната черупка може да се изкоруби. Най-простият начин за проектиране на стоманени силози е да се раздели мислено цилиндричната черупка на две части – дискретно подпряна пръстеновидна греда и непрекъснато подпряна черупка над нея. Очевидно, за да се осигури непрекъснато подпиране на черупката, огъвната коравина на пръстеновидната греда трябва да бъде голяма.

Тази концепция е възприета в европейския стандарт EN 1993-4-1, но в него се пази мълчание каква да бъде препоръчителната коравина на пръстеновидната греда. Rotter (1985) е предложил отношението  $\psi = 0,25$  като подходящо при проектиране, където:

$$\psi = \frac{K_{shell}}{K_{ring}}, \quad (1)$$

в която:

$K_{shell}$  е коравината на цилиндричната черупка;  
 $K_{ring}$  – коравината на пръстеновидната греда.

Базирано на английския превод на диференциалните уравнения на Власов (1961) за криволинейна греда, коравината на пръстеновидната греда  $K_{ring}$  е представена като:

$$K_{ring} = \frac{(n^2 - 1)^2 EI_r}{R^4} \cdot \frac{1}{f_r}, \quad (2)$$

където:

$n$  е броят на регулярно разположените опори;  
 $E$  – модулът на еластичността;

$I_r$  – инерционният момент спрямо радиалната ос;  
 $R$  – радиусът на огъване на криволинейната греда

$$f_r = 1 + \frac{EI_r}{n^2 K_T}, \quad (3)$$

в която:

$$K_T = GJ + n^2 \frac{EC_w}{R^2}, \quad (4)$$

където:

$G$  е модулът на срязване;

$J$  – инерционният момент на усукване;

$C_w$  – секториален инерционен момент при отворени профили.

Полумембранната теория на черупките, предложена от Власов (1964), дава следния израз за коравината на цилиндричната черупка:

$$K_{shell} = n\sqrt{(n^2 - 1)} \frac{E}{\sqrt[4]{3}} \left(\frac{t}{R}\right)^{3/2} \cdot \frac{1}{f_s}, \quad (5)$$

където:

$t$  е дебелината на цилиндричната черупка.

$$f_s = \frac{(e^\eta)^2 - 2 \cdot e^\eta \cdot \sin(\eta) - 1}{(e^\eta)^2 - 2 \cdot e^\eta \cdot \cos(\eta) + 1}, \quad (6)$$

в която:

$$\eta = \frac{2\pi H}{\mu}, \quad (7)$$

където:

$H$  е височината на цилиндричната черупка;

$\mu$  – представената от Calladine (1983) дължина на вълната на огъване:

$$\mu = \frac{2\pi\sqrt[4]{3}}{n\sqrt{(n^2 - 1)}} \sqrt{\frac{R}{t}} R, \quad (8)$$

Базирайки се на уравнения (2) и (5), отношението на коравините  $\psi$  ще изглежда като:

$$\psi = \frac{K_{shell}}{K_{ring}} = \frac{0,76 \cdot (Rt)^2}{I_r} \sqrt{\frac{R}{t}} \sqrt{\frac{n^2}{(n^2 - 1)^3}} \cdot \frac{f_r}{f_s} \quad (9)$$

С цел опростяване, изразът за  $f_s$  в (6) може да бъде представен като две прости зависимости:

$$f_s = \begin{cases} \frac{\eta}{3}, & \text{когато } H \leq H_{cr} \\ 1,0, & \text{когато } H > H_{cr} \end{cases} \quad (10)$$

където:

$H_{cr}$  е критичната височина в цилиндричната черупка. Тя може да бъде определена чрез израза:

$$H_{cr} = \frac{3\sqrt[4]{3}}{n\sqrt{(n^2 - 1)}} \sqrt{\frac{R}{t}} \cdot R \quad (11)$$

$H_{cr}$  представлява височината от черупката, която е ефективна в преразпределяне на опорните реакции. Когато височината на черупката  $H \leq H_{cr}$ , цялата черупка понася осовите сили от опорите. Когато  $H > H_{cr}$ , само тази част, която е между дъното на черупката и критичната височина  $H_{cr}$  е ефективна в преразпределянето на опорните реакции на отделните колони.

В своите изследвания *Торкава* и *Rotter* (2011a) (2011b) са използвали множество числени модели за проверка на критерия на *Rotter* относно коравината на пръстеновидната греда. С 1 280 отделни числени модела, имащи два различни типа пръстеновидни греди, различни височини и радиуси на цилиндричните черупки, авторите са проверили валидността на предложеното от *Rotter* (1985) отношение  $\psi = 0,25$ . На база на проведените числени изследвания те заключават, че когато отношението на коравините  $\psi \leq 0,1$ , осовите напрежения няма да се различават с повече от 25 % от напреженията при непрекъснато опирание.

По-късно *Торкава* и *Rotter* (2014) са определили идеалното положение на междинен закоравяващ пръстен по черупката. Те очакват, че пръстен, който е поставен в това идеално положение, ще може ефективно да премахне неравномерността в меридианните напрежения в черупката над него. Простичкият израз за определяне на идеалната височина  $H_1$  има вида:

$$H_1 = \sqrt{12(1 + \nu)} \frac{R}{n}, \quad (12)$$

където:

$\nu$  е коефициент на Poisson.

Уравнение (12) е проверено от авторите чрез използване на 2 400 числени модела.

Необходимата коравина на междинния пръстен е определена от *Zeybek et al.* (2015). Отношението на коравините  $\chi$  може да се изрази чрез:

$$\chi = \frac{K_{shell}}{K_{stiffener}} = \frac{Rt(AR^2 + I_x^2(n^2 - 1))}{12\sqrt{3}(1 + \nu)^{1,5} \cdot AI_x n(n^2 - 1)^2} \quad (13)$$

където:

$K_{shell}$  е пръстеновидната коравина на черупката;

$K_{stiffener}$  – пръстеновидната коравина на междинния пръстен;

$A$  – площта на междинния закоравяващ пръстен;

$I_x$  – инерционният момент на закоравяващия пръстен спрямо вертикалната ос „x-x“.

Резултатите от изследването на *Zeybek et al.* (2015) показват, че отношенията по - малки от  $\chi < 0,2$  осигуряват задоволително изравняване на

меридианните напрежения над междинния пръстен. Затова тази стойност се препоръчва при реални проекти.

Честа практика при проектиране на стоманени конструкции е да се поставят вкоравители в местата на прилагане на концентрирани товари. В нашия случай ребра ще трябва да се поставят над отделните (дискретните) опори, виж Фиг. 1.



Фиг. 1. Вкоравители над отделните опори на черупката

Освен това, всички стоманени силози са складови съоръжения, натоварени радиално с вътрешно налягане от съхранявания продукт. Това товарно състояние е неизбежно.

Във всички изследвания посочени по-горе, във всички уравнения, в числените модели, влиянието на вкоравителите и на вътрешното налягане не е отчитано. Което означава, че получените резултати и заключения са коректни за гладки черупки, които са натоварени само осово. А какво се случва при останалите силози?

В настоящата статия авторът ще се опита да провери дали наличието на вертикални вкоравители и вътрешно налягане оказва съществено влияние върху разпределението на меридианните напрежения и критичната височина на черупката.

## 2. АНАЛИЗ

За целите на изследването ще бъде използван реален силоз в експлоатация. Неговите параметри са следните:

- а) обем -  $V = 110 \text{ m}^3$ ;
- б) диаметър -  $D = 3485 \text{ mm}$ ;
- в) височина на цилиндъра -  $H_s = 10\,950 \text{ mm}$ ;
- г) пет пояса, с дебелина -  $t_{s,1} = 7 \text{ mm}$ ,  $t_{s,2} = 6 \text{ mm}$ ,  $t_{s,3} = t_{s,4} = t_{s,5} = 4 \text{ mm}$ ;
- д) дебелина на коничната фуния -  $t_h = 5 \text{ mm}$ ;
- е) съхраняван продукт - вар.

Фунията е заварена към цилиндричното тяло на известна височина над долния ръб на 1-и пояс, т.е. силозът има пола. Отвън на снаждането е заварен ъглов профил L100x10, виж Фиг. 2. Разглежданите тук модели на силози имат две височини на полата  $h_{sk}$ :

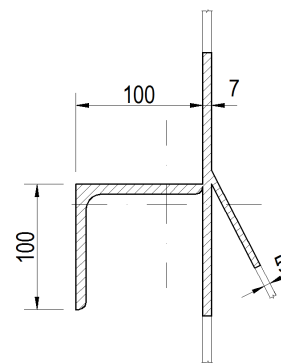
- а)  $h_{sk} = 500 \text{ mm}$  за Силоз 1 ÷ Силоз 6;
- б)  $h_{sk} = 860 \text{ mm}$  за Силоз 7 ÷ Силоз 12.

Втората използвана височина  $h_{sk} = 860 \text{ mm}$  кореспондира с формула (12) относно идеалното положение на междинния закоравяващ пръстен:

$$H_1 = \sqrt{12(1+\nu)} \frac{R}{n} = \sqrt{12(1+0,3)} \frac{1742,5}{8} = 860 \text{ mm}$$

На върха на цилиндричното тяло е поставен друг ъглов профил L100x10.

Над по-дългите закоравяващи ребра не е поставен закоравяващ пръстен, виж Фиг. 3. Няма допълнителни междинни пръстени по черупката. Под полата на силоза са разположени 8 колони с правоъгълно сечение  $200 \times 100 \times 8 \text{ mm}$ . По-големият размер е в радиално направление, а по-малкият - в пръстеновидно. Височината на всички колони е  $1000 \text{ mm}$ . Те са запънати към основата. Всички елементи са изпълнени от стомана S235, със свойства съгласно стандарт EN 10025-2:2004. Първият пояс на корпуса, фунията и ъгловият профил L100x10 формират закоряващ пръстен както е показано на Фиг. 2. Съгласно стандарти API 650 и EN 14015 е прието ефективната ширина на стоманените листове да бъде  $16t$  над и под възела.



Фиг. 2. Снаждане на полата към цилиндричната черупка

Геометричните характеристики на оформилия се корав пръстен са:

- а) площ -  $A = 35,19 \text{ cm}^2$ ;
- б) инерционен момент спрямо вертикалната ос „x-x“ -  $I_x = 727,4 \text{ cm}^4$ .

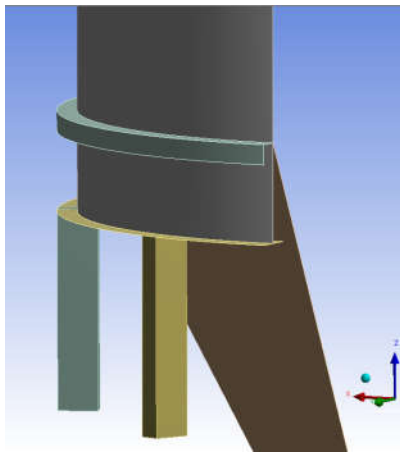
Отношението на коравините  $\chi$ , е определено съгласно формула (13):

$$\chi = \frac{Rt(AR^2 + I_x n^2 (n^2 - 1))}{12\sqrt{3}(1+\nu)^{1,5} A I_x n (n^2 - 1)^2} = \frac{174,25 \cdot 0,7 \cdot (35,19 \cdot 174,25^2 + 727,4 \cdot 8^2 \cdot (8^2 - 1))}{12 \cdot \sqrt{3} \cdot (1+0,3)^{1,5} \cdot 35,19 \cdot 727,4 \cdot 8 \cdot (8^2 - 1)^2} = 0,0195$$

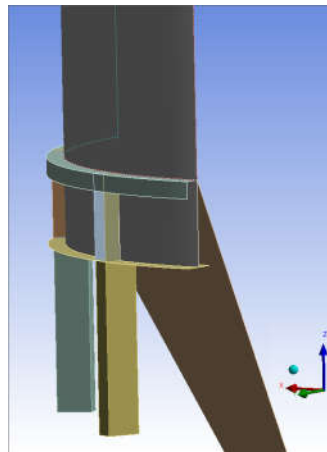
Отношението  $\chi = 0,0195 < 0,2$ , така, че коравината на пръстена трябва да е достатъчна за изравняване на меридианните напрежения в черупката над него.

Използвайки аналитичния софтуер ANSYS са изследвани 12 модела на силози, виж Фиг. 3. Разликите в тях са:

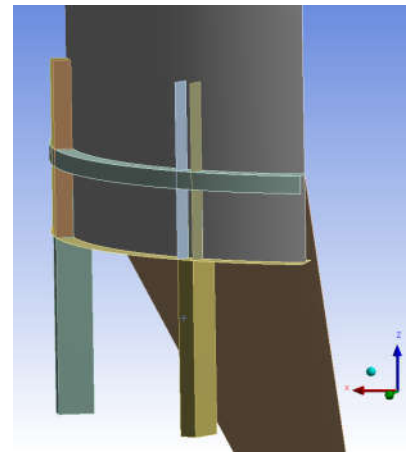
- а) две височини на полите  $h_{sk}$ , както е записано по-горе;
- б) наличието и височината на вертикални закоряващи листове със сечение  $8 \times 100 \text{ mm}$ .



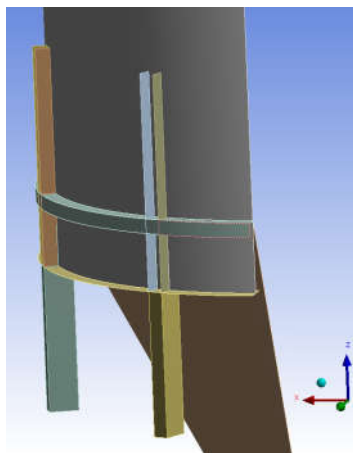
Силоз 1 и Силоз 7  
Няма вертикални вкоравители



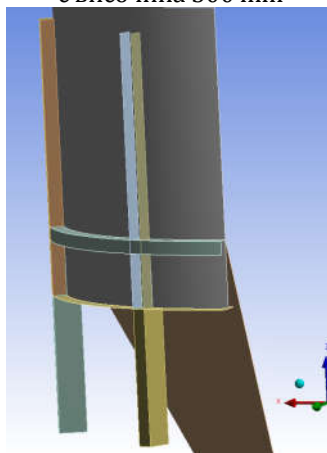
Силоз 2 и Силоз 8  
вертикални вкоравители  
с височина 500 mm



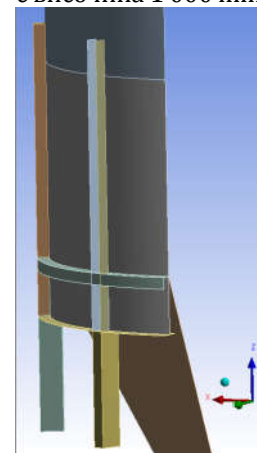
Силоз 3 и Силоз 9  
вертикални вкоравители  
с височина 1 000 mm



Силоз 4 и Силоз 10  
вертикални вкоравители  
с височина 1 500 mm



Силоз 5 и Силоз 11  
вертикални вкоравители  
с височина 2 000 mm



Силоз 6 и Силоз 12  
вертикални вкоравители  
с височина 2 500 mm

**Фиг. 3.** Вертикални закоравители по цилиндричната черупка

За моделирането на силозите е използван 2D елемент shell181. Крайните елементи са четириъгълни. Методът за тяхното създаване е "All quad". Максималният размер на елементите е 50 mm. Средните възли в елементите са контролирани от програмата.

Активирана е опцията „симетрия“ в ANSYS. Целта е да се намали необходимото за изчисление време. В анализа е използвана само четвърт от силозите.

Тънкостенните черупки са чувствителни към ефекти от промяна в геометрията по време на натоварване. Поради тази причина всички модели са изследвани при геометрически нелинейна постановка, описана в EN 1993-1-6.

Като първа стъпка, всички силози са натоварени с меридианна (осова) сила  $F = 800$  kN, приложена към горния ръб на цилиндричната черупка като равномерно разпределен товар. Силата  $F$  е приложена към горния ръб за да се види къде меридианните напрежения  $\sigma_x$  се изравняват със средните напрежения  $\sigma_{x,m}$ . Там където отношението  $\sigma_x / \sigma_{x,m} = 1,0$  е горната граница на критичната зона в черупката, в която се преразпределят вертикалните опорни реакции.

Като втора стъпка, към осовата сила  $F$  е добавено

вътрешно налягане както следва:

а) по цилиндричната черупка -  $p_n = 35$  kPa;

б) по коничната фуния:

- радиално приложено налягане -  $p_n = 35$  kPa;

- тангенциален разпределен товар -  $p_t = 15,16$  kPa.

Вертикалната сила  $F$  и вътрешното налягане са определени за реалния съхраняван продукт (вар), съгласно стандарт EN 1991-4.

### 3. РЕЗУЛТАТИ

В графиките по – долу, виж Фиг. 4 и Фиг. 5, може да се види определеното чрез числени методи изменение в отношението  $\sigma_x / \sigma_{x,m}$  по височина на черупката, където:

$\sigma_x$  е осовото нормално напрежение по височината на цилиндъра;

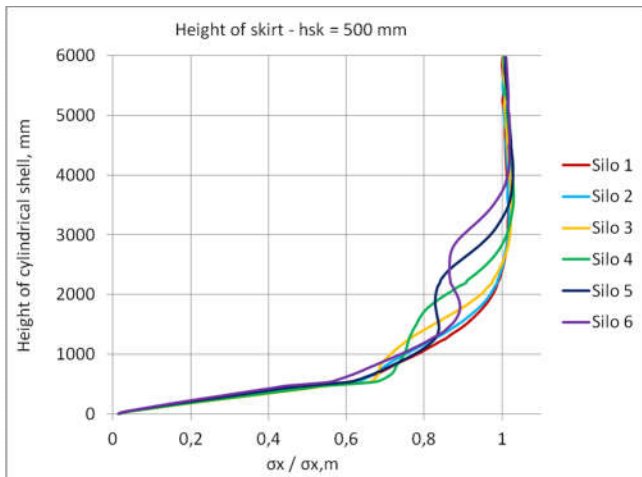
$\sigma_{x,m} = F/A$  – равномерното натисково нормално напрежение, в която:

$F$  е силата, приложена в горния ръб на стената;

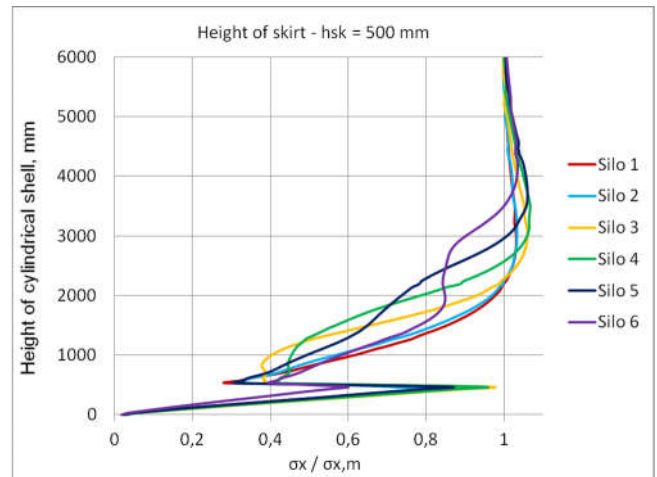
$A$  – площта на сечението на цилиндричната черупка.

За да се игнорира местното влияние на закоравяващите ребра върху напреженията, меридианните осови напрежения  $\sigma_x$  са отчитани

между опорите на силозите.

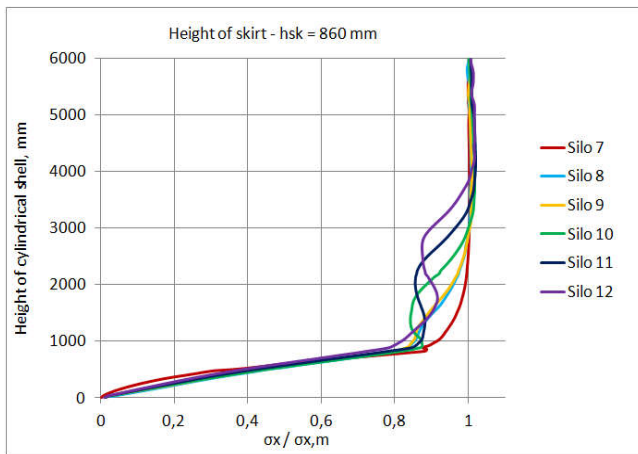


а) няма вътрешно налягане ( $p = 0$ )  
(първа стъпка на натоварване)

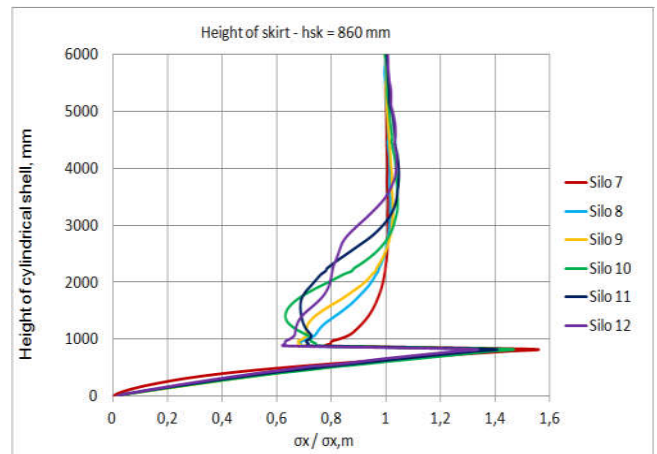


б) има вътрешно налягане ( $p \neq 0$ )  
(втора стъпка на натоварване)

**Фиг. 4.** Промяна на отношението  $\sigma_x / \sigma_{x,m}$  по височина на цилиндричната черупка  
Височина на полата  $h_{sk} = 500$  mm



а) няма вътрешно налягане ( $p = 0$ )  
(първа стъпка на натоварване)



б) има вътрешно налягане ( $p \neq 0$ )  
(втора стъпка на натоварване)

**Фиг. 5.** Промяна на отношението  $\sigma_x / \sigma_{x,m}$  по височина на цилиндричната черупка  
Височина на полата  $h_{sk} = 860$  mm

Критичната височина  $H_{cr}$  на черупката е изчислена по формула (11):

$$H_{cr} = \frac{3\sqrt[4]{3}}{n\sqrt{(n^2-1)}} \sqrt{\left(\frac{R}{t}\right)} \cdot R = \frac{3\sqrt[4]{3}}{8\sqrt{(8^2-1)}} \sqrt{\left(\frac{1742,5}{7}\right)} \cdot 1742,5 = 1709 \text{ mm}$$

Най - малката височина в черупката, необходима да се изравнят напреженията  $\sigma_x$  и  $\sigma_{x,m}$ , е отчетена в числения модел на силоз без вертикални вкоравители. Тя е със стойност  $H = 2\ 300$  mm. Очевидно тя е по - голяма от изчислената по формула (11), но все пак на височина  $H_{cr} = 1709$  mm отношението  $\sigma_x / \sigma_{x,m} = 0,94$ , т.е. разликата е по - малка от 25% .

Вертикалните вкоравители над опорите увеличават височината на критичната зона в черупката, в която се преразпределят опорните

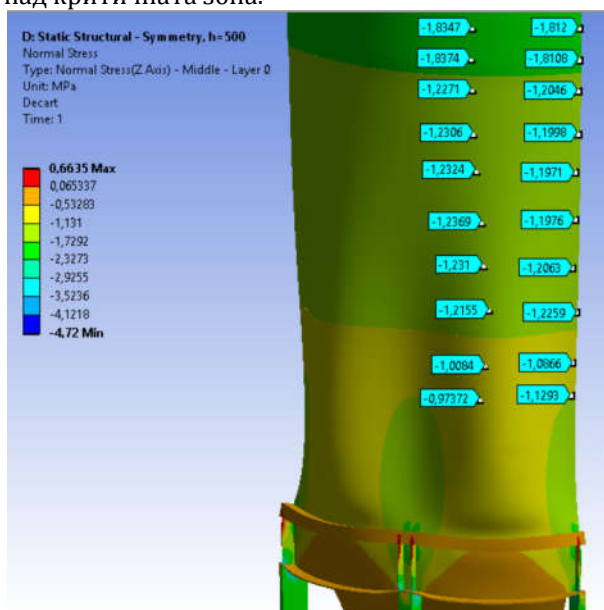
реакции. Например, в Силос 6 отношението  $\sigma_x / \sigma_{x,m} = 1,0$  на височина  $H = 3733$  mm.

Вътрешното налягане на намалява с малко височината на критичната зона. По-важно е неговото влияние върху промяната на напреженията над и под снаждането цилиндър - фуния. В силози с високо поставени фунии, стойностите на меридианните нормални напрежения  $\sigma_x$  в полата могат да надвишат равномерното напрежение  $\sigma_{x,m}$ , виж Фиг. 5 - б.

На Фиг. 4 и Фиг. 5 могат да се видят отношения  $\sigma_x / \sigma_{x,m} > 1,0$ . Това означава, че в част от черупката меридианните напрежения в средата между опорите е по - голяма от напреженията над опорите, виж Фиг. 6. Подобен феномен е също е бил наблюдаван в изследване на Knödel и Ummenhofer (2009).

Различните височини на полата не променят критичната височина в черупката. От друга страна, поставеният в идеалното положение

междинен пръстен ограничава  
неравномерността на меридианните напрежения  
над критичната зона.



Фиг. 6. Изменение в меридианното нормално напрежение  $\sigma_x$

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реалните стоманени силози в експлоатация са натоварени с радиално вътрешно налягане, дължащо се на съхранявания продукт. Освен това, при проектиране на стоманени конструкции е честа практика поставянето на вкоравители в приложната точка на концентрирани товари. В нашия случай вкоравители ще трябва да бъдат поставени над отделните (дискретните) опори. В предишните изследвания относно критичната височина на черупката и идеалното положение на междинния закриваещ пръстен, влиянието на вертикалните вкоравители и вътрешното налягане не е отчитано. В настоящата статия е проверено дали те оказват влияние върху височината на критичната зона в черупката.

Важните резултати от настоящото изследване са:  
а) в пространството между долния ръб на 1-и пояс и снаждането цилиндър – фуния, наличието или липсата на вертикални вкоравители не оказва влияние на осовите напрежения  $\sigma_x$  ;  
б) вертикалните вкоравители, особено тези с голяма дължина над снаждането цилиндър – фуния, могат значително да променят отношението  $\sigma_x/\sigma_{x,m}$  ;  
в) наличието на вертикални вкоравители без закриваещ пръстен на горния им край повишава височината на критичната зона, в която се преразпределят вертикалните реакции на отделните опори;  
г) вътрешното налягане, дължащо се на съхранявания продукт, намалява с малко височината на критичната зона в черупката. По-важно е неговото влияние върху промяната на

напреженията над и под снаждането ѝ с фунията;  
д) в някои части на цилиндричната черупка осовите нормални напрежения над опорите са по-малки от тези между опорите.

#### ЛИТЕРАТУРА

- ANSYS 17 (2016). Ansys Inc., Canonsburg, PA, USA.
- API Standard 650. Welded Tanks for Oil Storage, Twelfth Edition, American Petroleum institute, 2013.
- Calladine CR (1983). Theory of shell structures, Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- EN 1991-4:2006, Eurocode 1 - Actions on structures - Part 4: Silos and tanks, European committee for standardization, Brussels.
- EN 1993-1-6:2007. Design of steel structures - Part 1-6: Strength and Stability of Shell Structures, European committee for standardization, Brussels.
- EN 1993-4-1:2007. Design of steel structures - Part 4-1: Silos, European committee for standardization, Brussels.
- EN 10025-2:2004, Hot rolled products of structural steels - Part 2: Technical delivery conditions for non-alloy structural steels, November 2004.
- EN 14015:2004. Specification for the Design and manufacture of site built, vertical, cylindrical, flat-bottomed, above ground, welded, steel tanks for the storage of liquids at ambient temperature and above, European committee for standardization.
- Knödel P, Ummenhofer T (2009). Silos with stepped wall thickness on local supports, *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium*, Valencia.
- Rotter JM (1985). Analysis and design of ringbeams. *Design of steel bins for storage of bulk solids*, J. M. Rotter, ed., Univ. of Sydney, Sydney, Australia, 164 – 183.
- Topkaya C, Rotter JM (2011a). Ring beam stiffness criterion for column supported metal silos, *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 134, 846-853.
- Topkaya C, Rotter JM (2011b). Stiffness of Silo Supporting Ring Beams Resting on Discrete Supports, *6th International Conference on Thin-Walled Structures*, Timisoara, Romania.
- Topkaya C, Rotter JM (2014). Ideal location of intermediate ring stiffeners on discretely supported cylindrical shells, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 140.
- Vlasov VZ (1961). Thin-walled elastic beams, National Science Foundation, Washington, DC.
- Vlasov VZ (1964). General theory of shells and its applications in engineering, NASA Technical Translation, TTF-99, Washington, DC.
- Zeybek Ö, Topkaya C, Rotter JM (2015). Strength and stiffness requirements for intermediate ring stiffeners on discretely cylindrical shells, *Thin - Walled structures*, Vol. 96, 64-74.