

1. Пресметнете детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 6 \\ 12 & 2 & 4 & 7 \end{vmatrix}.$$

2. Дадени са т. $A(2;-1;2), B(-2;1;2), C(3;-2;3), D(1;0;1)$.

Намерете:

- лицето на ΔBCD и косинуса на $\angle BAD$;
- уравнение на равнина α , съдържаща правата AB и успоредна на \overrightarrow{CD} .

3. Дадени са т. $A(3;0), B(0;5)$ и права $g : 2x + y = 0$.

Намерете:

- координатите на точка C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с хипотенуза отсечката AC ;
- уравнението на окръжността, описана около ΔAOB , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Решете системата по метода на Гаус и направете проверка.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

2. Дадени са т. $A(0;-1;3), B(2;1;-2), C(0;3;1), D(-1;5;3)$.

Намерете:

- обема на пирамидата $ABCD$ и косинуса на $\angle CAB$;
- уравнението на права g , минаваща през т. D и успоредна на \overrightarrow{AB} .

3. Дадени е права $g : 3x + 4y - 12 = 0$. Намерете:

- координатите на върховете на равнобедрен триъгълник с основа AB , лежаща върху Ox , ако е известно, че бедрото BC съвпада с отсечката , която g отсича от координатните оси.
- уравнението на окръжността, описана около ΔBOC , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Пресметнете детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 6 \\ 12 & 2 & 4 & 7 \end{vmatrix}.$$

2. Дадени са т. $A(2;-1;2), B(-2;1;2), C(3;-2;3), D(1;0;1)$.

Намерете:

- лицето на ΔBCD и косинуса на $\angle BAD$;
- уравнение на равнина α , съдържаща правата AB и успоредна на \overrightarrow{CD} .

3. Дадени са т. $A(3;0), B(0;5)$ и права $g : 2x + y = 0$.

- Намерете:
- координатите на точка C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с хипотенуза отсечката AC ;
 - уравнението на окръжността, описана около ΔAOB , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Пресметнете детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \\ 12 & 2 & 1 & 7 \end{vmatrix} ..$$

2. Дадени са

т. $A(1;-1;3), B(-2;1;2), C(2;-2;3), D(1;0;-1)$. Намерете:

- лицето на ΔACD и косинуса на $\angle ACD$;
- уравнение на равнина β , съдържаща правата BC и т. A .

3. Дадени са т. $A(5;0), B(0;3)$ и права $g : x + 2y = 0$.

Намерете:

- координатите на точка C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с хипотенуза отсечката BC ;
- уравнението на окръжността, описана около ΔAOB , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Решете системата по метода на Гаус и направете проверка.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

2. Дадени са

т. $A(1;-1;3), B(3;1;2), C(0;-3;-1), D(-1;5;3)$. Намерете:

- обема на пирамидата $ABCD$ и косинуса на $\angle BAD$;
- уравнението на права g , съдържаща точка A и $g \perp (ABC)$.

3. Дадени е права $g : x + 2y - 6 = 0$. Намерете:

- координатите на върховете на равнобедрен триъгълник с основа AB , лежаща върху Oy , ако е известно, че бедрото AC съвпада с отсечката , която g отсича от координатните оси.
- уравнението на окръжността, описана около ΔAOC , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Решете системата по метода на Гаус и направете проверка.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

2. Дадени са т. $A(0;-1;3), B(2;1;-2), C(0;3;1), D(-1;5;3)$.

Намерете:

- обема на пирамидата $ABCD$ и косинуса на $\angle CAB$;
- уравнението на права g , минаваща през т. D и успоредна на \overrightarrow{AB} .

3. Дадени е права $g : 3x + 4y - 12 = 0$. Намерете:

- координатите на върховете на равнобедрен триъгълник с основа AB , лежаща върху Ox , ако е известно, че бедрото BC съвпада с отсечката , която g отсича от координатните оси.
- уравнението на окръжността, описана около ΔBOC , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Намерете стойността на детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 1 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Дадени са точките $A(3;-1;2), B(2;1;2), C(0;2;0), D(1;1;1)$. Намерете:

- а) координатите на точки E, F така, че $ABCDEF$ да е триъгълна призма с основа ΔABC и обема и;
- б) медицентъра на ΔABC и ъгъла между медианите му през върховете B и C ;
- в) координатите на ортогоналната проекция на D върху равнината (ABC) .

3. Дадени са точки $A(3;0), B(0;4)$ и права $g: 3x + y - 12 = 0$. Намерете:

- а) координатите на точка C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с прав ъгъл при върха B
- б) уравнението на описаната около ΔABC окръжност.

4. Дадена е квадратичната форма

$$f(x, y) = 5x^2 - 2\sqrt{8}xy + 3y^2.$$

- а) Намерете собствените вектори и собствените стойности на матрицата на тази форма;
- б) Определете вида на кривата $c: f(x, y) = 1$

1. Намерете стойността на детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 1 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Дадени са точките $A(3;-1;2), B(2;1;2), C(0;2;0), D(1;1;1)$. Намерете:

- а) координатите на точки E, F така, че $ABCDEF$ да е триъгълна призма и обема и;
- б) медицентъра на ΔABC и ъгъла между медианите през върховете B и C ;
- в) координатите на ортогоналната проекция на C върху равнината (ABC) .

3. Дадени са точки $A(3;0), B(0;4)$ и права $g: x + y - 12 = 0$. Намерете:

- а) координатите на точка C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с прав ъгъл при върха B
- б) уравнението на описаната около ΔABC окръжност.

4. Дадена е матрицата $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. Намерете:

- а) обратната матрица на A^2 ;
- б) за кои λ е изпълнено равенството $\det(A - \lambda E) = 0$, където E е единичната матрица от ред 2.

1. Решете системата по метода на Гаус и направете проверка.

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = -9 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

2. Дадени са точките $A(2;-1;2), B(0;1;-2), C(1;2;0), D(1;-1;-1)$. Намерете:

а) координатите на точка E така, че точките $ABCE$ в този ред да образуват успоредник и лицето му;

б) центъра на тежестта на пирамидата $ABCD$ и ъгъла между ръбовете AB и AC ;

в) дължината на височината на пирамидата през т. D

3. Дадени са точка $A(3;0)$ и права $g: x + y - 12 = 0$.

Намерете:

а) координатите на точки B и C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с прав ъгъл при върха A , ако е известно, че AC е успоредна на оста Oy ;

б) уравнението на описаната около ΔABC окръжност.

4. Дадена е квадратичната форма

$$f(x, y) = 5x^2 - 12xy + 5y^2.$$

а) Намерете собствените вектори и собствените стойности на матрицата на тази форма;

б) Определете вида на кривата $c: f(x, y) = 1$

1. Решете системата по метода на Гаус и направете проверка.

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = -9 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

2. Дадени са точките $A(2;-1;2), B(0;1;-2), C(1;2;0), D(1;-1;-1)$. Намерете:

а) координатите на точка E така, че точките $ABCE$ в този ред да образуват успоредник и лицето му;

б) центъра на тежестта на пирамидата $ABCD$ и ъгъла между ръбовете AB и AC ;

в) дължината на височината на пирамидата през т. D

3. Дадени са точка $A(3;0)$ и права $g: x + y - 12 = 0$.

Намерете:

а) координатите на точки B и C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с прав ъгъл при върха A , ако е известно, че AC е успоредна на оста Oy ;

б) уравнението на описаната около ΔABC окръжност.

4. Дадена е матрицата $A = \begin{pmatrix} 5 & \sqrt{12} \\ \sqrt{12} & 4 \end{pmatrix}$. Намерете:

а) обратната матрица на A^2 ;

б) за кои λ е изпълнено равенството $\det(A - \lambda E) = 0$, където E е единичната матрица от ред 2.

1. Дадена е системата
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5 \\ 2x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 6 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

- а) да се реши при $\lambda = 0$ по метода на Гаус и да се направи проверка;
 б) за коя стойност на λ системата е несъвместима?

2. Дадени са точките $A(3; -1; 2), B(2; 1; 2), C(0; 2; 0), D(1; 1; 1)$. Намерете: а) коорд. на центъра на тежестта на $ABCD$ и $S_{\Delta ABC}$;
 б) коорд. на орт. проекция на D върху равн. (ABC) .

3. Дадени са т. $A(3; 0), B(0; 4)$ и пр. $g: 3x + y - 12 = 0$. Намерете: а) коорд. на т. C върху g така, че ΔABC да е равнобедрен с основа AB ; б) у-ието на окръжност, която се допира до Ox и Oy минава през т. $M(1; 4)$.

1. Дадена е матрицата $A = \begin{pmatrix} 5 & -\sqrt{12} \\ -\sqrt{12} & 4 \end{pmatrix}$ Намерете:

- а) матрицата $B = A^2 - 2A + E$, където E е единичната матрица от ред 2 и B^{-1} ;
 б) собствените стойности и собствените вектори на A .

2. Дадени са точките $A(-2; -1; 2), B(0; 1; 2), C(1; 2; 0), D(3; -1; 1)$. Намерете:

- а) дължината на височината на пирамидата $ABCD$ през т. B ;
 б) уравнението на тази височина.

3. Дадени са точка $A(3; 0)$ и права $g: -x + y - 12 = 0$. Намерете:

- а) координатите на точки B и C върху тази права така, че ΔABC да е равнобедрен с основа BC , ако е известно, че т. C лежи на оста Oy ;
 б) уравнението на окръжност с център т. о $A(3; 0)$ и допирачка се до правата $g: -x + y - 12 = 0$.

1. Намерете стойността на детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 1 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Дадени са точките $A(2; -1; 2), B(0; 1; -2), C(1; 2; 0), D(1; -3; -1)$. Намерете:
 а) обема на пирамидата $ABCD$ и $\cos \angle(AB, CD)$;
 б) координатите на ортогоналната проекция на C върху равнината (ABC) .

3. Дадени са точки $A(-3; 0), B(0; 4)$ и права $g: x - y - 5 = 0$. Намерете:
 а) координатите на точка C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с прав ъгъл при върха A .
 б) уравнението на описаната около ΔABC окръжност.

1. Дадена е системата
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = \lambda \\ 2x_1 + 2x_2 - \lambda x_3 = 2\lambda \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

- а) Да се реши по метода на Гаус при $\lambda = 1$ и да се направи проверка.
 б) При коя стойност на λ системата е несъвместима?

2. Дадени са точките $A(2; -1; 2), B(0; 1; -2), C(1; 2; 0), D(1; -3; -1)$. Намерете:
 а) обема на пирамидата $ABCD$ и $\cos \angle(AB, CD)$;
 б) дължината на височината на пирамидата през B .

3. За ΔABC са дадени са точка $A(2; 2)$ и $h_C: x + y - 2 = 0$ и $m_B: 9x - 3y - 4 = 0$. Намерете:
 а) уравненията на страните на ΔABC ;
 б) уравнението на окръжността, минаваща през т. A и с център т. $Q = h_C \cap m_B$

1. Дадена е матрицата $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$. Намерете

- а) матрицата X от уравнението $AXA = E$, където E е единичната матрица от ред 2;
 б) собствените вектори и собствените стойности на.

2. Дадени са т. $A(3; -1; 2), B(2; 1; 2), C(0; 2; 0)$ и $D(1; 1; 5)$. Намерете: а) $\cos \angle(BC, AD)$ и лицето на ΔBCD ; б) координатите на симетричната на т. A спрямо равнината (BCD)

3. За ΔABC са дадени са точка $B(3; 9)$ и $m_C: y - 6 = 0$ и $h_C: 3x - 4y + 9 = 0$. Намерете:
 а) уравненията на страните на ΔABC ; б) уравнението на окръжност, която се допира до m_C и с център т. $B(3; 9)$

1. Намерете стойността на детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Дадени са точките $A(2; -1; 2), B(6; 1; 2), C(-3; 2; 5), D(2; -3; -1)$. Намерете: а) лицето на ΔABD и $\cos \alpha$, където $\alpha = \angle(AC, BD)$
 б) разстоянието от т. D до равнината (ABC)

3. За ΔABC са дадени са точка $B(3; 9)$ и $m_A: x - 5 = 0$ и $h_C: 4x - 3y + 12 = 0$. Намерете:
 а) уравненията на страните на ΔABC ;

1. Пресметнете детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 6 \\ 12 & 2 & 4 & 7 \end{vmatrix}.$$

2. Дадени са т. $A(2;-1;2), B(-2;1;2), C(3;-2;3), D(1;0;1)$.

Намерете:

- лицето на ΔBCD и косинуса на $\angle BAD$;
- уравнение на равнина α , съдържаща правата AB и успоредна на \overrightarrow{CD} .

3. Дадени са т. $A(3;0), B(0;5)$ и права $g : 2x + y = 0$.

Намерете:

- координатите на точка C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с хипотенуза отсечката AC ;
- уравнението на окръжността, описана около ΔAOB , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Решете системата по метода на Гаус и направете проверка.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

2. Дадени са т. $A(0;-1;3), B(2;1;-2), C(0;3;1), D(-1;5;3)$.

Намерете:

- обема на пирамидата $ABCD$ и косинуса на $\angle CAB$;
- уравнението на права g , минаваща през т. D и успоредна на \overrightarrow{AB} .

3. Дадени е права $g : 3x + 4y - 12 = 0$. Намерете:

- координатите на върховете на равнобедрен триъгълник с основа AB , лежаща върху Ox , ако е известно, че бедрото BC съвпада с отсечката , която g отсича от координатните оси.
- уравнението на окръжността, описана около ΔBOC , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Пресметнете детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 6 \\ 12 & 2 & 4 & 7 \end{vmatrix}.$$

2. Дадени са т. $A(2;-1;2), B(-2;1;2), C(3;-2;3), D(1;0;1)$.

Намерете:

- лицето на ΔBCD и косинуса на $\angle BAD$;
- уравнение на равнина α , съдържаща правата AB и успоредна на \overrightarrow{CD} .

3. Дадени са т. $A(3;0), B(0;5)$ и права $g : 2x + y = 0$.

- Намерете:
- координатите на точка C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с хипотенуза отсечката AC ;
 - уравнението на окръжността, описана около ΔAOB , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Пресметнете детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \\ 12 & 2 & 1 & 7 \end{vmatrix} ..$$

2. Дадени са

т. $A(1;-1;3), B(-2;1;2), C(2;-2;3), D(1;0;-1)$. Намерете:

- лицето на ΔACD и косинуса на $\angle ACD$;
- уравнение на равнина β , съдържаща правата BC и т. A .

3. Дадени са т. $A(5;0), B(0;3)$ и права $g : x + 2y = 0$.

Намерете:

- координатите на точка C върху тази права така, че ΔABC да е правоъгълен с хипотенуза отсечката BC ;
- уравнението на окръжността, описана около ΔAOB , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Решете системата по метода на Гаус и направете проверка.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

2. Дадени са

т. $A(1;-1;3), B(3;1;2), C(0;-3;-1), D(-1;5;3)$. Намерете:

- обема на пирамидата $ABCD$ и косинуса на $\angle BAD$;
- уравнението на права g , съдържаща точка A и $g \perp (ABC)$.

3. Дадени е права $g : x + 2y - 6 = 0$. Намерете:

- координатите на върховете на равнобедрен триъгълник с основа AB , лежаща върху Oy , ако е известно, че бедрото AC съвпада с отсечката , която g отсича от координатните оси.
- уравнението на окръжността, описана около ΔAOC , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.

1. Решете системата по метода на Гаус и направете проверка.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

2. Дадени са т. $A(0;-1;3), B(2;1;-2), C(0;3;1), D(-1;5;3)$.

Намерете:

- обема на пирамидата $ABCD$ и косинуса на $\angle CAB$;
- уравнението на права g , минаваща през т. D и успоредна на \overrightarrow{AB} .

3. Дадени е права $g : 3x + 4y - 12 = 0$. Намерете:

- координатите на върховете на равнобедрен триъгълник с основа AB , лежаща върху Ox , ако е известно, че бедрото BC съвпада с отсечката , която g отсича от координатните оси.
- уравнението на окръжността, описана около ΔBOC , където т. $O(0;0)$ е координатното начало.