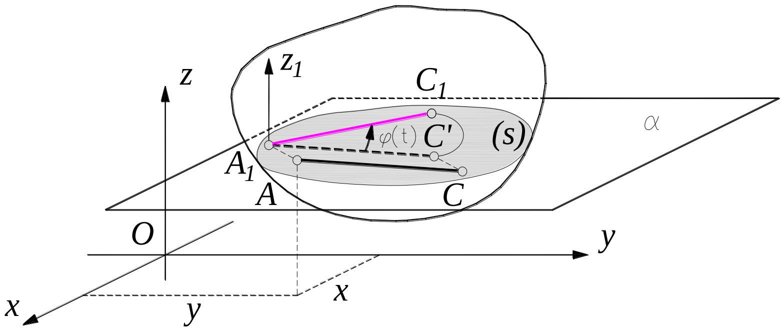
КИНЕМАТИКА НА ТЯЛО

Равнинно движение

Определение: Ако през тялото прекараме равнина α успоредна на някоя друга предварително зададена равнина (примерно xOy), получаваме сечението (s). Ако през цялото време на движението на тялото, сечението (s) остава успоредно на предварително зададената равнина (xOy), то движението е равнинно.



Равнинното движение може да се сведе до движение на диск (сечението (s)), който се премества успоредно на равнината xOy и в същото време се завърта около ос, която е перпендикулярна на диска.

Ако разгледаме правата AC, то нейното ново положение A_1C_1 е резултат на елементарно преместване на правата успоредно сама на себе си AC' (транслация) и елементарно завъртане около точка A (ротация). Следователно:

$$равнинното\ движение = транслация + ротация$$

Тялото има три степени на свобода (премествания и завъртания), които могат да се опишат с уравненията:

$$транслация \left| \begin{matrix} x = x(t)\,[m] \\ y = y(t)\,[m] \end{matrix} \right\} преместване\ по\ двете\ оси\ x\ и\ y$$

$$ротация \quad \left| \varphi = \varphi(t)\,[rad] \right\} завъртане\ около\ третата\ ос\ z$$

I. Кинематични характеристики на тялото:

1. Ъглова скорост - $\vec{\omega}$ (омега)

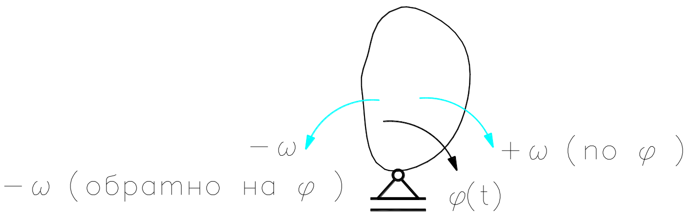
$$\vec{\omega} = \dot{\vec{\varphi}}$$

Ъгловата скорост на тялото е равна на производната по времето на закона на въртене.

Ъгловата скорост има мерна единица $\left[s^{-1}\right]$.

Определената за конкретен момент ъглова скорост се нанася по посока на въртенето $\vec{\varphi}$ ако сме я получили със знак $+$. Ако сме я получили със знак $-$, то нанасяме ω обратно на $\vec{\varphi}$.

Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София



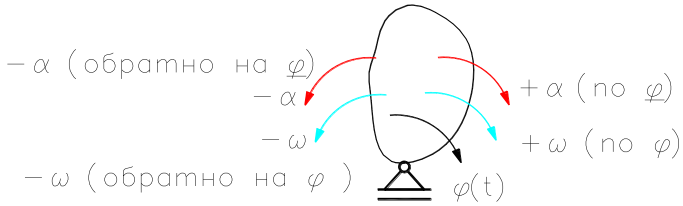
2. **Ъглово ускорение - $\vec{\alpha}$ (алфа)**

$$\vec{\alpha} = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\varphi}}$$

Ъгловото ускорение на тялото е равно на производната по времето на ъгловата скорост.

Мерната единица на ъгловото ускорение е $\left[s^{-2}\right]$.

Определеното за конкретен момент ъглово ускорение се нанася по посока на въртенето $\vec{\varphi}$, ако сме го получили със знак $+$. Ако сме го получили със знак $-$, то нанасяме α обратно на $\vec{\varphi}$.



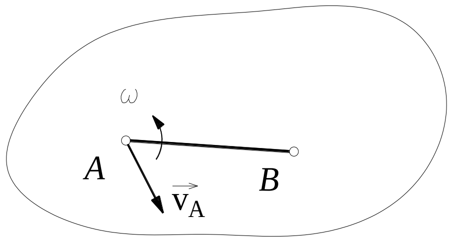
II. Кинематични характеристики на точка от тялото:

1. Скорост на точка - $\vec{v}$ (линейна скорост)

1.1 Векторно решение:

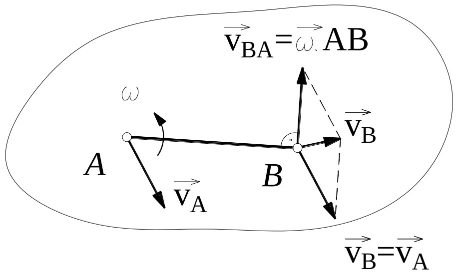
<u>Нека са дадени:</u>

1. $\vec{v}_A$ - скоростта на точка A
2. $\vec{\omega}$ - ъгловата скорост на тялото
3. $|AB|$ - разстоянието AB



<u>Търсим:</u>

$\vec{v}_B$ - скоростта на точка B



От транслацията $\vec{v}_B = \vec{v}_A$.

Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София

От ротацията около точка A (т. A се нарича полюс) $\vec{v}_{BA} = \vec{\omega}.BA$ (чете се „скорост на Б спрямо А“). Векторът $\vec{v}_{BA}$ е перпендикулярен на правата AB.

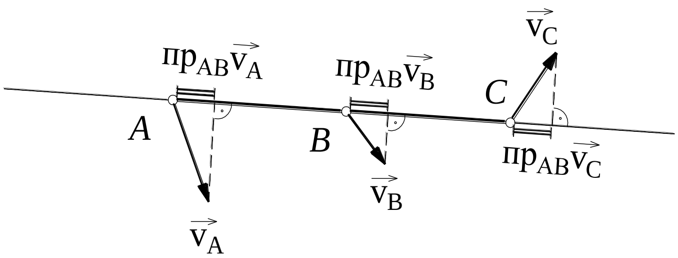
Сумата на двата вектора ни дава $\vec{v}_B$:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

Графично тази сума се получава с правилото на паралелограма (успоредното пренасяне на всеки вектор от края на втория. Диагоналът е сумата).

Аналитичното решение става с проектиране на векторите по перпендикулярни направления и прилагането на Теоремата на Питагор. (виж пример 1.1 по долу).

1.2 Теорема за проектираните скорости:



Ако проектираме скоростите на две точки (A и B) върху правата минаваща през тях, то получените отсечки ще бъдат равни.

$$пр_{AB}\overrightarrow{v_A} = пр_{AB}\overrightarrow{v_B}$$

Ако върху правата AB попада и точка C, то:

$$пр_{AB}\overrightarrow{v_A} = пр_{AB}\overrightarrow{v_B} = пр_{AB}\overrightarrow{v_C}$$

(Обърнете внимание, че проекционните отсечки са от една и съща страна на точките, или от ляво или от дясно на точките.)

1.3 Моментен център на скорости (МЦС):

Моментен център на скоростите – т. P. Това е точка, която в изследвания момент от време има скорост равна на нула ($v_P = 0\, m/s$).

Да се върнем на $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$ от точка 1.1.

Нека сега вместо точка A за полюс да използваме точка P.

$$\vec{v}_B = \underbrace{\vec{v}_P}_{=0} + \vec{v}_{BP}$$

Понеже $v_P = 0\, m/s$ следва че: $\vec{v}_B = \vec{v}_{BP}$, т.е. скоростта на точка B може да се определи както при ротация, която е около точка P.

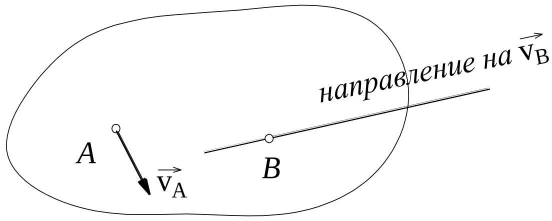
<u>Нека са дадени:</u>

1. $\vec{v}_A$ - скоростта на точка A

2. направлението на скоростта в точка B

<u>Търсим:</u>

$\vec{v}_B$ - скоростта на точка B

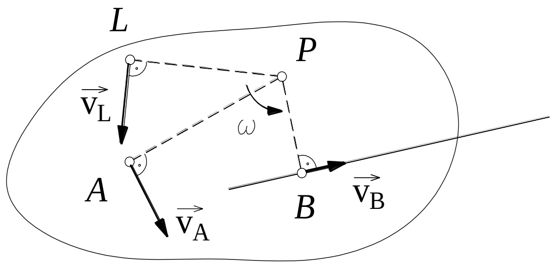


Решение:

Издигаме перпендикуляр в точка A към вектора $\vec{v}_A$.

Издигаме перпендикуляр в точка B към направлението на $\vec{v}_B$.

Там, където двата перпендикуляра се засекат, се намира точка P.



От геометрията определяме разстоянията AP и BP. Тогава ъгловата скорост на тялото ще бъде:

$$\omega = \frac{v_A}{AP}.$$

Ъгловата скорост се нанася като дъга от окръжност, чиито център е точка P. Посоката на ω следва посоката на $\vec{v}_A$.

Скоростта на точка B е съответно $v_B = \omega.BP$.

Посоката на вектора $\vec{v}_B$ е по посока на ъгловата скорост ω.

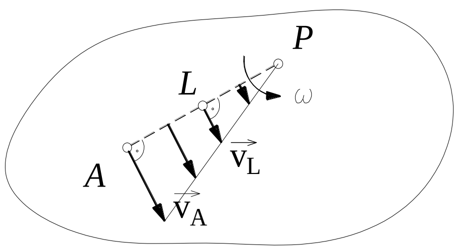
Тогава скоростта на всяка точка от тялото (примерно точка L) може да се определи като свържем нашата точка (L) с МЦС - точка P. По перпендикуляра нанасяме скоростта, а големината ще бъде:

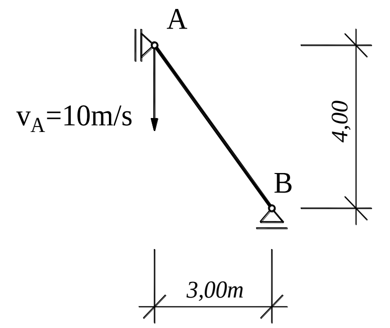
$$v_L = \omega.LP$$

Посоката на вектора $\vec{v}_L$ е по посока на ъгловата скорост ω.

Скоростта на всяка точка е линейна функция от разстоянието до МЦС P. Тогава **скоростите на точките лежащи на една права минаваща през МЦС P се изменят по линеен закон**. Същото важи и за скоростите на точки на ротационно движещо се тяло.

Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София





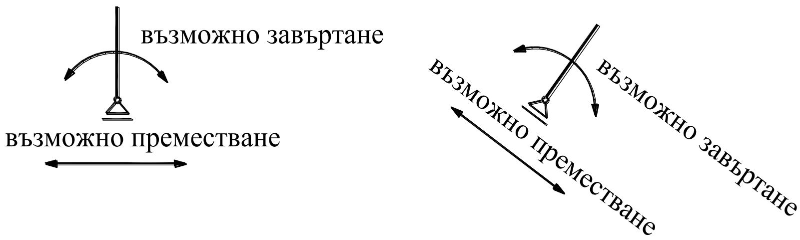
Пример 1. Дадена е скоростта на точка A - $\left|\vec{v}_A\right| = v_A = 10m/s$. Да се определи скоростта на точка B като се използват:

1.1 Векторно решение.

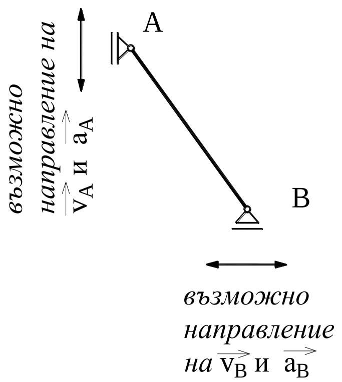
1.2 Теорема за проектираните скорости.

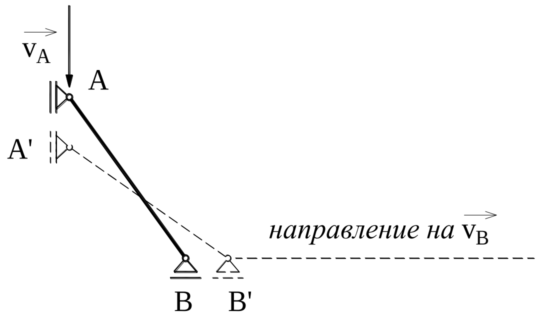
1.3 Моментен център на скорости (МЦС).

Ще припомним, че подвижните опори в точка А и точка В, позволяват преместване и завъртане всяка.



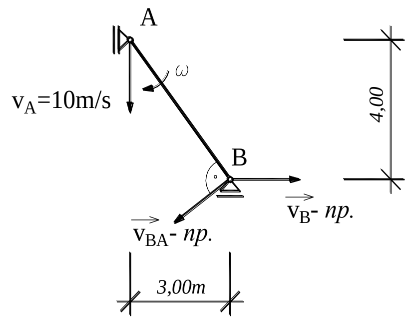
Тези опори позволяват на гредата да се премести по направление успоредно на опорите (на двете линийки на опорите) и в същото време да се завърти. Тогава и възможните скорости и ускорения на опорните точки A и B ще са по същото направление - успоредно на опорите (на двете линийки на опорите).





1.1 Векторно решение.

Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София



$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

Въвеждаме вектор $\vec{v}_B$ с направление успоредно на подвижната опора, а посоката приемаме ($\vec{v}_B - пр.$, т. е. „скорост на B, прието“). Изчисленията ще покажат верността на приемането. Ако при изчислението получим $\vec{v}_B$ с +, приетата посока е вярна, ако ли пък е отрицателна, то посоката е обратно на приетата.

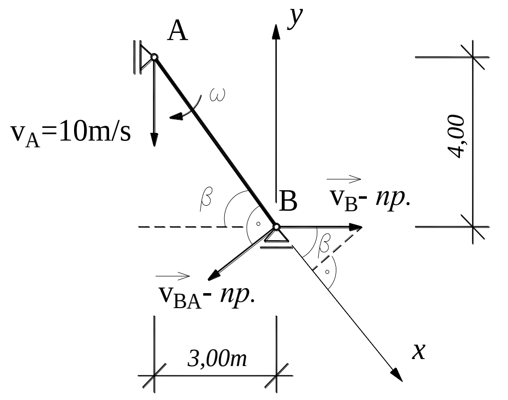
Въведен е и вектор $\vec{v}_{BA}$, който е перпендикулярен на правата свързваща точка B с точка A. Посоката отново е приета, защото не знаем истинската посока на ъгловата скорост ω. Тя е въведена в синхрон с приетата посока на $\vec{v}_{BA}$.

$$v_{BA} = \omega.BA = \omega.5$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

Във векторното уравнение неизвестните са две: $\vec{v}_B$ и ω, която е скрита в $\vec{v}_{BA}$. Две неизвестни могат да бъдат определени от две уравнения. Същевременно, едно векторно уравнение може да се проектира върху две оси. Двете проекционни уравнения ще ни дадат две неизвестни.

Въвеждаме двете оси перпендикулярни на двете неизвестни. Така след проектирането ще получаваме независими уравнения (уравнения с по едно неизвестно).

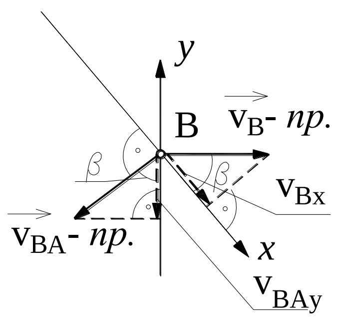


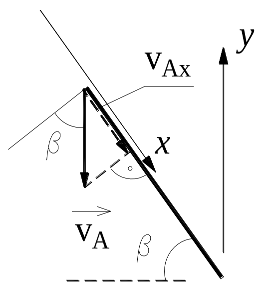
AB=5m

$$\cos\beta = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\sin\beta = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$





Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София

Пр. по x

$$np_x\overrightarrow{\mathrm{v}_B} = np_x\overrightarrow{\mathrm{v}_A} + np_x\overrightarrow{\mathrm{v}_{BA}}$$

$$+\mathrm{v}_{Bx} = +\mathrm{v}_{Ax} + 0$$

$$+\mathrm{v}_B.\cos\beta = +\mathrm{v}_A.\sin\beta$$

$$+\mathrm{v}_B.0,6 = +10.0,8$$

$$\mathrm{v}_B = +13,33m/s$$

Пр. по y

$$np_y\overrightarrow{\mathrm{v}_B} = np_y\overrightarrow{\mathrm{v}_A} + np_y\overrightarrow{\mathrm{v}_{BA}}$$

$$0 = -\mathrm{v}_{Ay} - \mathrm{v}_{BAy}$$

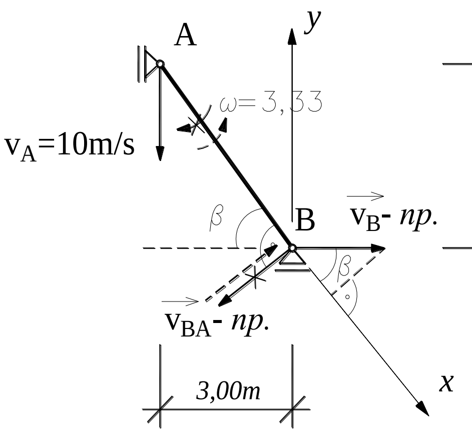
$$0 = -\mathrm{v}_A - \mathrm{v}_{BA}.\cos\beta$$

$$0 = -\mathrm{v}_A - \mathrm{v}_{BA}.0,6$$

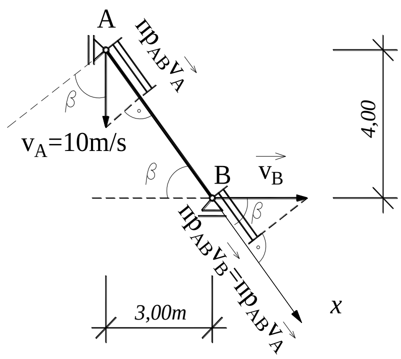
$\mathrm{v}_{BA} = -16,667m/s$ - сменяме предварително приетата посока на $\vec{\mathrm{v}}_{BA}$ и ω.

$$\omega = \frac{\mathrm{v}_{BA}}{BA} = \frac{\mathrm{v}_{BA}}{5} = \frac{16,667}{5} = 3,33s^{-1}$$

(Задраскваме векторите с грешно приета посока и до тях с пунктир показваме вярната посока.)



1.2 Теорема за проектираните скорости.



$$np_{AB}\overrightarrow{\mathrm{v}_\mathrm{A}} = \mathrm{v}_\mathrm{A}.\sin\beta = 10.0,8 = 8m/s$$

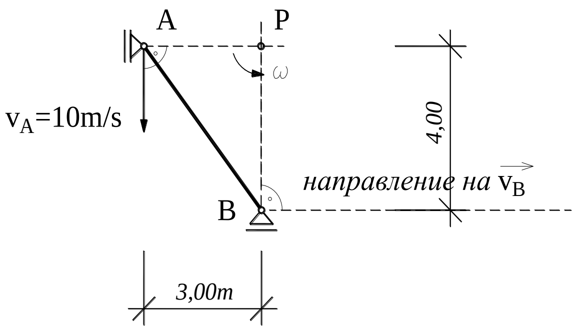
От точка B нанасяме $np_{AB}\overrightarrow{\mathrm{v}_\mathrm{A}}$ надолу, както е при точка A.

$$np_{AB}\overrightarrow{\mathrm{v}_\mathrm{B}} = np_{AB}\overrightarrow{\mathrm{v}_\mathrm{A}} = 8m/s$$

$$\mathrm{v}_\mathrm{B} = \frac{np_{AB}\overrightarrow{\mathrm{v}_\mathrm{B}}}{\cos\beta} = \frac{np_{AB}\overrightarrow{\mathrm{v}_\mathrm{A}}}{\cos\beta} = \frac{8}{0,6} = 13,33m/s$$

1.3 Моментен център на скорости (МЦС).

Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София



Направлението на скоростта в точка B е хоризонтално.

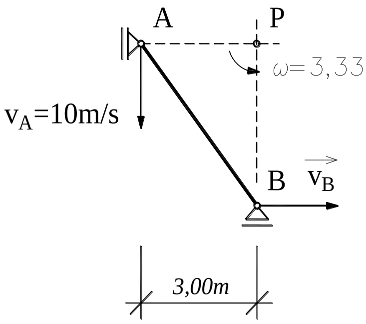
Издигаме перпендикуляр в точка A към вектора $\vec{v}_A$.

Издигаме перпендикуляр в точка B към направлението на $\vec{v}_B$.

Там, където двата перпендикуляра се засекат, се намира точка P.

$\omega = \dfrac{v_A}{AP} = \dfrac{10}{3} = 3,33s^{-1}$ - нанася се по посока на $\vec{v}_A$

$v_B = \omega . BP = 3,33.4 = 13,32m/s$ - посоката следва посоката на ω.



От показаните решения може да се види, че последното решение (с моментен център на скорости (МЦС)) е най-леко и удобно.

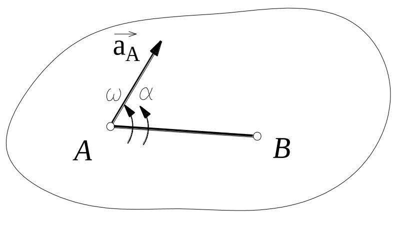
Обикновено второто решение (Теорема за проектираните скорости) се използва за проверка на получените резултати.

Първото решение (векторно решение) е по трудоемко и рядко се прилага за определяне на скоростите. Решение от този тип обаче се прилага при изчисление на ускорението на точка от равнинно движещо се тяло.

2. Ускорение на точка - $\vec{a}$ (линейно ускорение)

Векторно решение:

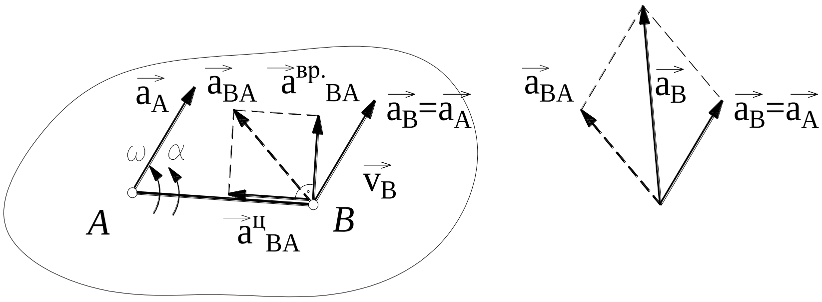
Нека са дадени:



1. $\vec{a}_A$ - ускорение на точка A
2. $\vec{\omega}$ - ъгловата скорост на тялото
3. $\vec{\alpha}$ - ъгловото ускорение на тялото
4. $|AB|$ - разстоянието AB

Търсим:

$\vec{a}_B$ - ускорението на точка B



$$равнинното\ движение = транслация + ротация$$

От транслацията $\vec{a}_B = \vec{a}_A$.

От ротацията около точка A (точка A се нарича полюс) $\vec{a}_{BA} = \vec{a}^{ц}_{BA} + \vec{a}^{вр.}_{BA}$ (чете се „ускорение на Б спрямо А“).

Сумата на двата вектора ни дава $\vec{a}_B$:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}\text{, или става}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{ц}_{BA} + \vec{a}^{вр.}_{BA}$$

(Ускорението на точка B е равно на сумата от ускорението на точка A и ускоренията на B спрямо A центростремително и въртящо)

Графично $\vec{a}_{BA}$ се получава с правилото на паралелограма от $\vec{a}^{ц}_{BA}$ и $\vec{a}^{вр.}_{BA}$. Следва сумирането на $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_{BA}$, за да получим $\vec{a}_B$ (схемата в дясно).

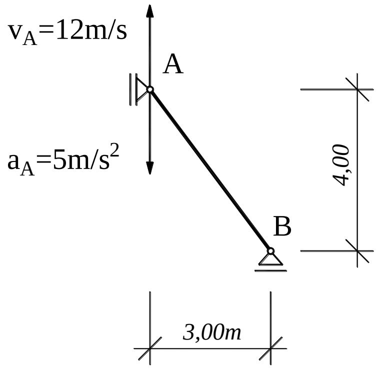
Аналитичното решение става с проектиране на векторите по перпендикулярни направления и прилагането на Теоремата на Питагор. (виж пример 2 по долу).

$$\vec{a}_{BA}\left|\begin{array}{l} a^{вр.}_{BA} = \alpha.BA \\ a^{ц}_{BA} = \omega^2.BA \end{array}\right. \text{ - както при ротация около точка } A.$$

$$a_{BA} = \sqrt{\left(a^{вр.}_{BA}\right)^2 + \left(a^{ц}_{BA}\right)^2}$$

Както и при скоростите така и тук има моментен център на ускоренията (МЦУ), но неговото определяне е значително по трудно от МЦС. По тази причина се работи с векторното решение за ускорение на точка чрез $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{ц}_{BA} + \vec{a}^{вр.}_{BA}$.

Пример 2. Дадена е гредата AB. Ускорението на точка A е $a_A = 5m/s^2$, а скоростта ѝ $v_A = 12m/s$. Да се определи ускорението на точка B и ъгловото ускорение на тялото AB.

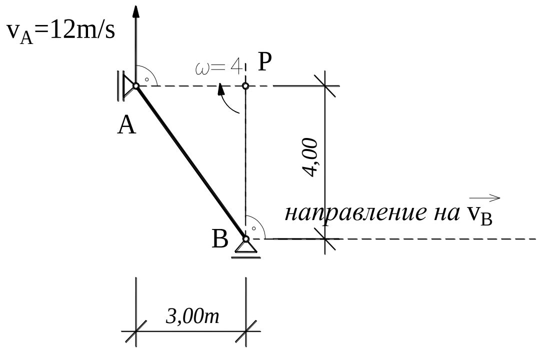


Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София

Решение:

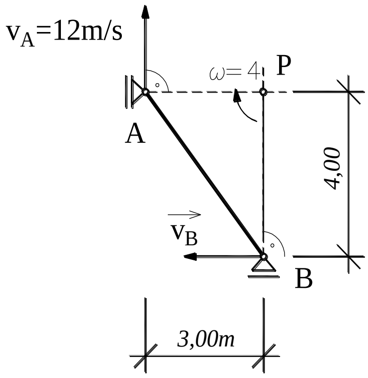
Тялото извършва равнинно движение.

МЦС точка P определяме след пресичането на перпендикулярни направления по отношение на скоростта в точка A и направлението на скоростта в точка B (знаем го. То е успоредно на опорните две линийки)

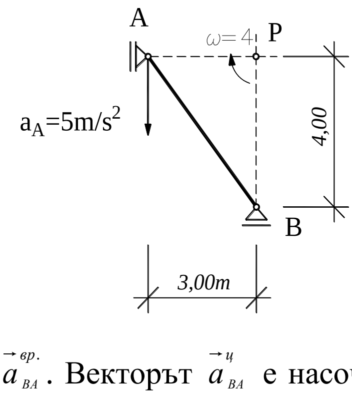


Тогава: $\omega = \dfrac{\mathrm{v}_A}{AP} = \dfrac{12}{3} = 4s^{-1}$ - нанася се по посока на $\vec{\mathrm{v}}_A$

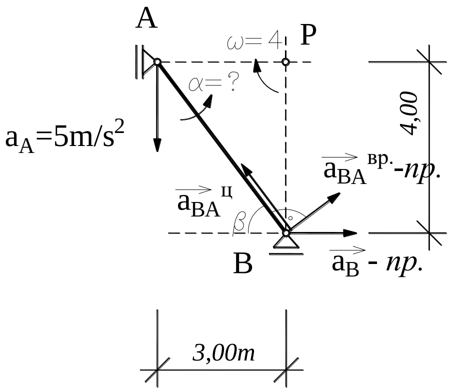
$\mathrm{v}_B = \omega.BP = 4.4 = 16,00m/s$ - посоката следва посоката на ω



Ускорение:



Въвеждаме векторите $\vec{a}^{\,ц}_{BA}$ и $\vec{a}^{\,вр.}_{BA}$. Векторът $\vec{a}^{\,ц}_{BA}$ е насочен от точка B към точка A. (<u>Винаги е **към**</u> центъра на ротация, тук точка A). Векторът $\vec{a}^{\,вр.}_{BA}$ е перпендикулярен на правата BA и следва посоката на ъгловото ускорение α. Понеже α е неизвестно, приемаме посоката на $\vec{a}^{\,вр.}_{BA}$. Векторът $\vec{a}_B$ е успореден на подвижната опора, но с неизвестна посока. Приемаме посока надясно на $\vec{a}_B - пр.$ („ускорение на точка B-прието“)



AB=5m

$$\cos\beta = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\sin\beta = \frac{4}{5} = 0,8$$

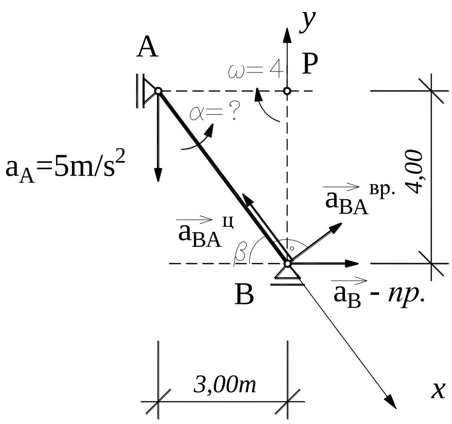
$$\vec{a}_{BA}\left| \begin{array}{l} a_{BA}^{вр.} = \alpha.BA = 5\alpha\left[m/s^2\right] \\ a_{BA}^{ц} = \omega^2.BA = 4^2.5 = 80\ m/s^2 \end{array} \right.$$

$$\underline{\vec{a}_B} = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{BA}^{ц}}} + \underline{\vec{a}_{BA}^{вр.}}$$

С една линийка подчертаваме векторът, чието направление знаем, но не знаем големината и посоката. С две линийки са подчертани известните величини.

Във векторното уравнение неизвестните са две: $\vec{a}_B$ и α, което е скрито в $\overrightarrow{a_{BA}^{вр.}}$. Две неизвестни могат да бъдат определени от две уравнения. Същевременно, едно векторно уравнение може да се проектира върху две оси. Двете проекционни уравнения ще ни дадат двете неизвестни.

Въвеждаме двете оси перпендикулярни на двете неизвестни. Така след проектирането ще получаваме независими уравнения (уравнения с по едно неизвестно).



Пр. по x

$$пр_x\overrightarrow{a_B} = пр_x\overrightarrow{a_A} + пр_x\overrightarrow{a_{BA}^{ц}} + пр_x\overrightarrow{a_{BA}^{вр.}}$$

$$+a_B.\cos\beta = +a_A.\sin\beta - a_{BA}^{ц} + 0$$

$$+a_B.0,6 = +5.0,8 - 80$$

$a_B = -126,667 m/s^2$ - сменяме предварително приетата посока на $\overrightarrow{a_B}$

Пр. по y

$$пр_y\overrightarrow{a_B} = пр_y\overrightarrow{a_A} + пр_y\overrightarrow{a_{BA}^{ц}} + пр_y\overrightarrow{a_{BA}^{вр.}}$$

$$0 = -a_A + a_{BA}^{ц}.\sin\beta + a_{BA}^{вр.}.\cos\beta$$

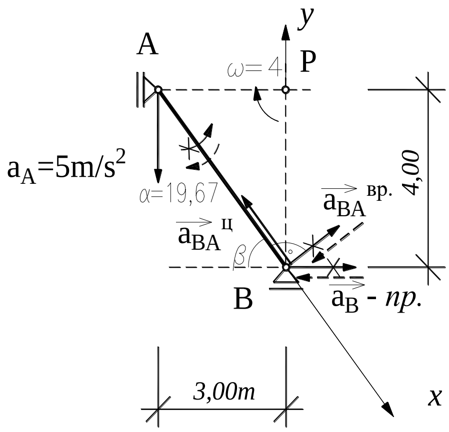
$$0 = -5 + 80.0,8 + a_{BA}^{вр.}.0,6$$

$a_{BA}^{вр.} = -98,333 m/s^2$ - сменяме предварително приетата посока на $\overrightarrow{a_{BA}^{вр.}}$ и α.

Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София

$$\alpha = \frac{a_{BA}^{вр.}}{BA} = \frac{98,333}{5} = 19,667 s^{-2}$$

$$a_{BA} = \sqrt{\left(a_{BA}^{вр.}\right)^2 + \left(a_{BA}^{ц}\right)^2} = \sqrt{\left(-98,333\right)^2 + 80^2} = 126,77 m/s^2$$



Задраскваме векторите с грешно приета посока и до тях с пунктир показваме вярната посока. Ъгловото ускорение α нанасяме около точка A, която е полюсът спрямо който изчислихме $\overrightarrow{a_B}$ ($\vec{a}_B = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \vec{a}_{BA}^{ц} + \vec{a}_{BA}^{вр.}$)

Да обобщим:

I. **Транслационно движение** – три степени на свобода.

Закон за движение $\left| \begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array} \right.$

1. **Кинематични характеристики на тялото:**

   a) Ъглова скорост - $\omega = 0\ s^{-1}$

   b) Ъглово ускорение - $\alpha = 0$

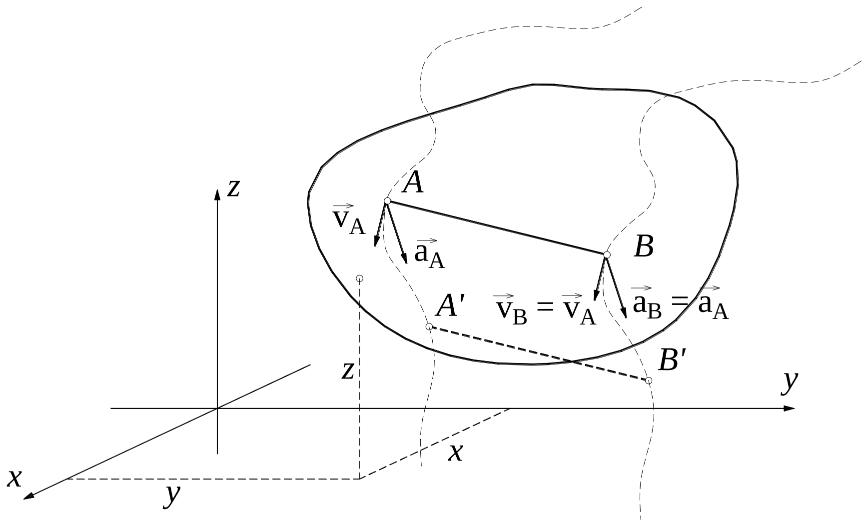
2. **Кинематични характеристики на точка от транслационно движещо се тяло:**

   a) Скорост на точка от тялото

   Скоростите на всички точки са еднакви $\overrightarrow{\mathrm{v}_B} = \overrightarrow{\mathrm{v}_A}$

   b) Ускорение на точка от тялото

Ускоренията на всички точки са еднакви $\overrightarrow{\mathrm{a}_B} = \overrightarrow{\mathrm{a}_A}$



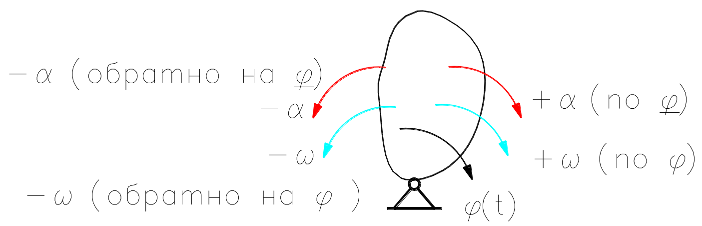
II. **Ротационно движение.**

Закон за движение $\varphi = \varphi(t)$

1. **Кинематични характеристики на тялото:**

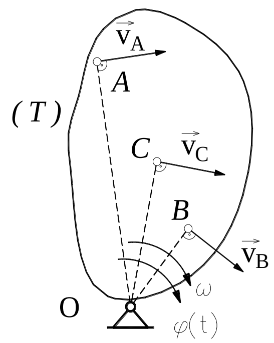
a) Ъглова скорост - $\vec{\omega} = \dot{\vec{\varphi}}$

b) Ъглово ускорение - $\vec{\alpha} = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\varphi}}$



2. **Кинематични характеристики на точка от ротационно движещо се тяло:**

a) Скорост на точка от ротационно движещо се тяло.

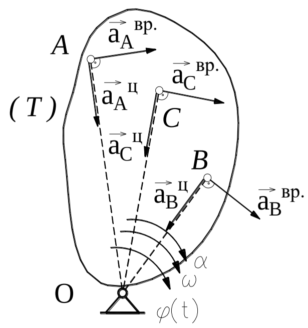


$v_A = \omega.OA$; $v_B = \omega.OB$; $v_C = \omega.OC$

Моментен център на скоростите – МЦС е неподвижната точка O.

b) Ускорение на точка от ротационно движещо се тяло.

Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София



$$\vec{a}_A \left| \begin{array}{l} a_A^{вр.} = \alpha.OA \\ a_A^{ц} = \omega^2.OA \end{array} \right. \qquad \vec{a}_B \left| \begin{array}{l} a_B^{вр.} = \alpha.OB \\ a_B^{ц} = \omega^2.OB \end{array} \right. \qquad \vec{a}_C \left| \begin{array}{l} a_C^{вр.} = \alpha.OC \\ a_C^{ц} = \omega^2.OC \end{array} \right.$$

$$a_A = \sqrt{\left(a_A^{вр}\right)^2 + \left(a_A^{ц}\right)^2} \qquad a_B = \sqrt{\left(a_B^{вр}\right)^2 + \left(a_B^{ц}\right)^2} \qquad a_C = \sqrt{\left(a_C^{вр}\right)^2 + \left(a_C^{ц}\right)^2}$$

Моментен център на ускоренията – МЦУ е неподвижната точка O.

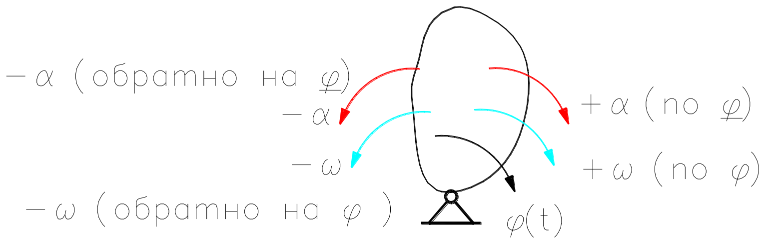
III. **Равнинно движение**.

Закон за движение $\left| \begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \\ \varphi = \varphi(t) \end{array} \right.$

1. **Кинематични характеристики на тялото:**

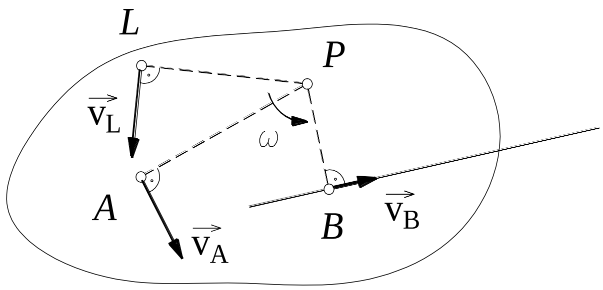
a) Ъглова скорост - $\vec{\omega} = \dot{\vec{\varphi}}$

b) Ъглово ускорение - $\vec{\alpha} = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\varphi}}$



2. **Кинематични характеристики на точка от равнинно движещо се тяло:**

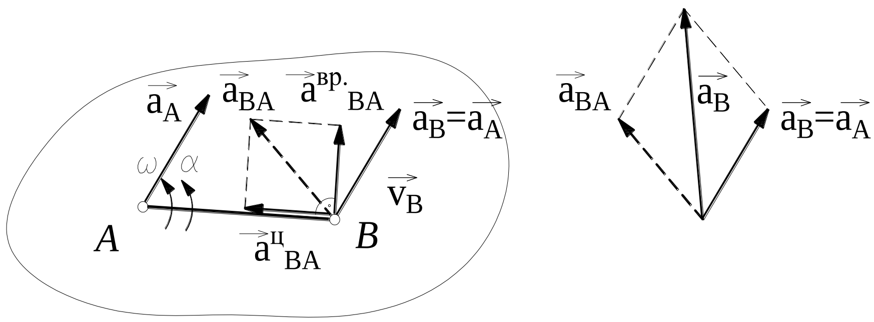
a) Скорост на точка от равнинно движещо се тяло.



$v_A = \omega.PA$; $\qquad v_B = \omega.PB$; $\qquad v_L = \omega.PL$

Моментен център на скоростите – МЦС е точка P

b) Ускорение на точка от равнинно движещо се тяло.



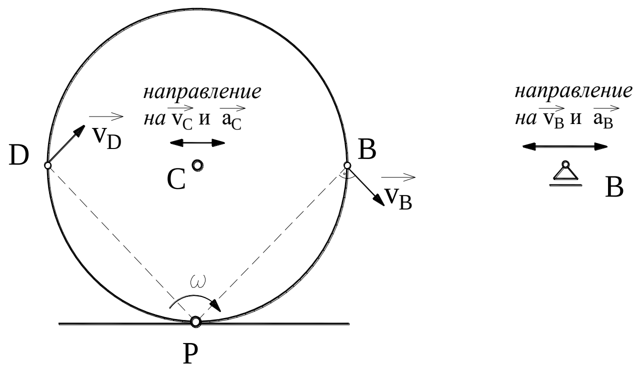
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{ц}_{BA} + \vec{a}^{вр.}_{BA}$$

$\vec{a}_{BA} \left| \begin{array}{l} a^{вр.}_{BA} = \alpha.BA \\ a^{ц}_{BA} = \omega^2.BA \end{array} \right.$ - както при ротация около точка A, $a_{BA} = \sqrt{\left(a^{вр.}_{BA}\right)^2 + \left(a^{ц}_{BA}\right)^2}$

Както и при скоростите така и тук има моментен център на ускоренията - Q (МЦУ), но неговото определяне е значително по трудно от МЦС. По тази причина се работи с векторното решение за ускорение на точка $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{ц}_{BA} + \vec{a}^{вр.}_{BA}$.

Частни случаи при равнинното движение:

1. Колело.



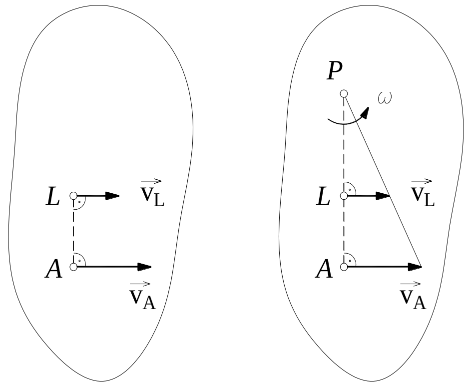
Колелото извършва равнинно движение.

МЦС точка P е допирната точка между колелото и терена по който се търкаля.

Скоростта и ускорението на центъра C са успоредни на терена и са както при подвижна опора.

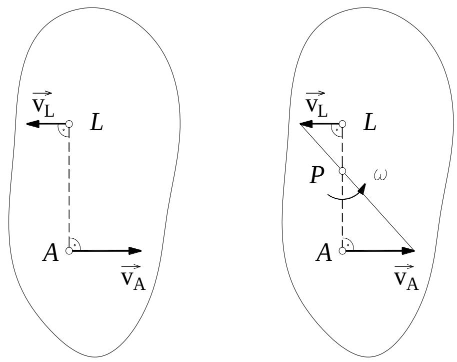
2. Точки, чиито скорости са успоредни.

a) Точките лежат на една права, а скоростите са еднопосочни.



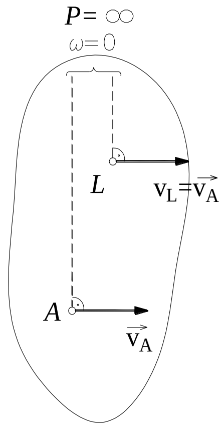
Очевидно МЦС точка P е върху правата AL. Съобразяваме че скоростите се изменят по линеен закон. Изчертаваме права през краищата на векторите скорост. Пресечната точка е точка P. Положението на точка P се определя от подобните триъгълници с катети $\overrightarrow{v_A}$ и $\overrightarrow{v_L}$

b) Точките лежат на една права, а скоростите са разнопосочни.



Разсъжденията са аналогични на тези в подточка а). МЦС точка P е между A и L. Положението й се определя от подобните триъгълници с катети $\overrightarrow{v_A}$ и $\overrightarrow{v_L}$.

c) Точките не лежат на една права, а скоростите са равни.



Дадените скорости са равни $\overrightarrow{v_A} = \overrightarrow{v_L}$. Перпендикулярите към скоростите са успоредни прави, които се пресичат в безкрайността. Затова $P = \infty$. Следователно $\omega = 0\ s^{-1}$. Тогава скоростите на всички точки в този момент (миг) ще бъдат равни, но не и ускоренията.

Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София

Коментар:

1. Решението за скорости и ускорение на точки се нарича графо-аналитично, защото след графично изобразяване на векторите скорост и ускорения, те се изчисляват аналитично като големина.
2. Векторите скорост и ускорение не се нанасят мащабно. Те са такива каквито ги виждате на няколкото чертежа в решените примери. Може просто да са съразмерни. Т.е. векторите на по-големите скорости да са по-големи от по-малките по големина скорости.

Желая Ви успех в подготовката на подадената информация.

При въпроси, моля пишете ми на: doicheva_fhe@uacg.bg.

Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София