

СПЕЦИАЛНО ОГЪВАНЕ, СЪЧЕТАНО С ОПЪН ИЛИ НАТИСК

Това напрегнато състояние се характеризира с наличие на:

$$N \neq 0, M_y \neq 0, V_z \neq 0, \text{ а } V_y = 0, M_z = 0, M_t = 0 \text{ или}$$

$$N \neq 0, M_z \neq 0, V_y \neq 0, \text{ а } V_z = 0, M_y = 0, M_t = 0.$$

Нормалната сила отчита еднородния опън (натиск), а M_y и V_z свързваме със специалното огъване.

1. Нормални напрежения.

1.1. С метода на суперпозицията записваме:

$$\sigma_x = \sigma'_x + \sigma''_x,$$

където $\sigma'_x = \frac{N}{A}$ са нормалните напрежения при чист опън (натиск), а

$$\sigma''_x = \frac{M_y}{I_y} \cdot z \text{ са нормалните напрежения при специално огъване.}$$

Следователно сумарното нормално напрежение се получава:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z.$$

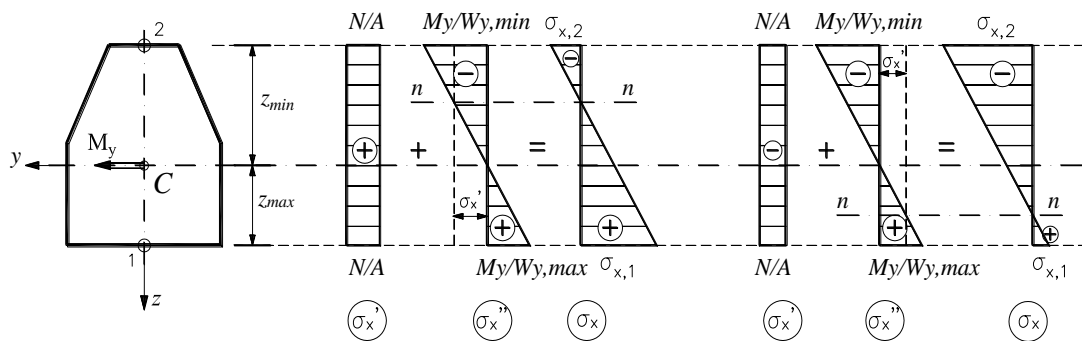
1.2. Нулева линия

Нулевата линия $n-n$ е с уравнение:

$$\frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z = 0 \text{ или } z = -\frac{N \cdot I_y}{M_y \cdot A} = -\frac{N}{M_y} i_y^2, \text{ където}$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} \rightarrow i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \text{ е инерционен радиус на сечението.}$$

Уравнението $z = -\frac{N}{M_y} i_y^2$ показва, че z е константа в конкретното сечение и следователно $n-n$ е успоредна на ос u . Отместването ѝ от центъра на тежестта на сечението, където е при специалното огъване, зависи от знаците на N и M_y . Графичното изображение ни дава представа за наслагването на диаграмите σ'_x и σ''_x .



При положителна диаграма σ'_x (опън), то отместването на реперната линия на σ''_x диаграмата ще бъде наляво. Сумарната σ_x ще бъде като σ''_x , но с увеличаване на положителната част с $\frac{N}{A}$ и намаляване на отрицателната със същото отношение $\frac{N}{A}$. Когато σ'_x е отрицателно (натиск), то сумарната σ_x ще бъде като σ''_x , но с отместване на реперната линия надясно. Тогава сумарната σ_x ще бъде като σ''_x , но с намаляване на положителната част с $\frac{N}{A}$ и увеличаване на отрицателната със същото отношение $\frac{N}{A}$.

Ако M_y е отрицателен, тогава σ''_x ще се обърне огледално спрямо централната ос y , т.е. знак $+$ ще бъде отгоре.

2. Тангенциални напрежения.

Застрашено сечение, сечението с $|V_z| \max$.

Проверяват се по формулата на Журавски:

$$\tau_{xz} = \frac{V_z S^*_y(z)}{I_y b(z)}.$$

3. Главни нормални напрежения.

Проверяват се по IV теория на якост за застрашено сечение и застрашена точка.

4. Оразмеряване.

Застрашени сечения при жилав материал са онези с $|N| \max, M_y; N, |M_y| \max$ или онези, в които нормалната сила N и огъващият момент M_y достигат относително големи абсолютни стойности.

При крехък материал, където допустимите напрежения на опън и натиск са различни, се изследват сеченията с: $N \max, M_y; N \min, M_y; N, M_y \max; N, M_y \min$, както и онези със сравнително големи по абсолютни стойности разрезни усилия.

Максималната и минималната алгебрична стойност на нормалното напрежение σ_x са в най-отдалечените точки както от оста y , така и от нулевата линия $n-n$. Това са ръбовете

точки на сечението. Оразмеряването се извършва с опитване, така че да се удовлетворят оразмерителните условия

$$|\sigma_x|_{\max} \leq \sigma_{adm,t(c)}$$

съответно за опънната и натисковата зони.

При греди със симетрично сечение е удобно да се въведе съпротивителен момент W_y . Тогава напреженията стават:

$$\sigma_{x1,2} = \sigma'_x + \sigma''_x = \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y}.$$

Оразмеряването става по $\frac{N}{A} + \frac{M_y}{W_y} \leq \sigma_{adm}$.

При крехък материал ще бъде: $+\sigma_{x,\max} \leq \sigma_{adm,t}$ и $|\sigma_{x,\min}| \leq \sigma_{adm,c}$.

В редица случаи, особено при греди от стандартни профили, нормалните напрежения от огъване се оказват значително по-големи от онези, предизвикани от нормалната сила. Ето защо оразмеряването може да започне с избор на профил за специалното огъване, а след това да се направи проверка на нормалните напрежения с включване на нормалната сила.

$$\frac{M_y}{W_y} \leq \sigma_{adm} \rightarrow \text{избор на } W_y \text{ (сечение); проверка на } \sigma_x = \frac{|N|}{A} + \frac{|M_y|}{W_y} \leq \sigma_{adm}$$

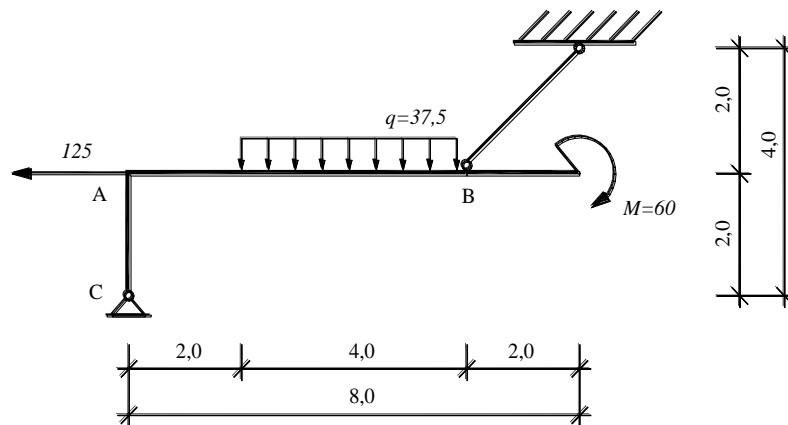
Курсова задача № 10:

Специално огъване, комбинирано с опън или натиск. Интегралите на Максвел-Мор

За показаната стоманена греда се иска:

- а) да се построят диаграмите на разрезните усилия;
- б) да се оразмери участък АВ с I - профил по IV-та теория на якост и да се построят диаграмите на напреженията в изследваните сечения.
- в) да се определи с интегралите на Максвел-Мор, решени с правилото на Верещагин, означеното обобщено преместване.

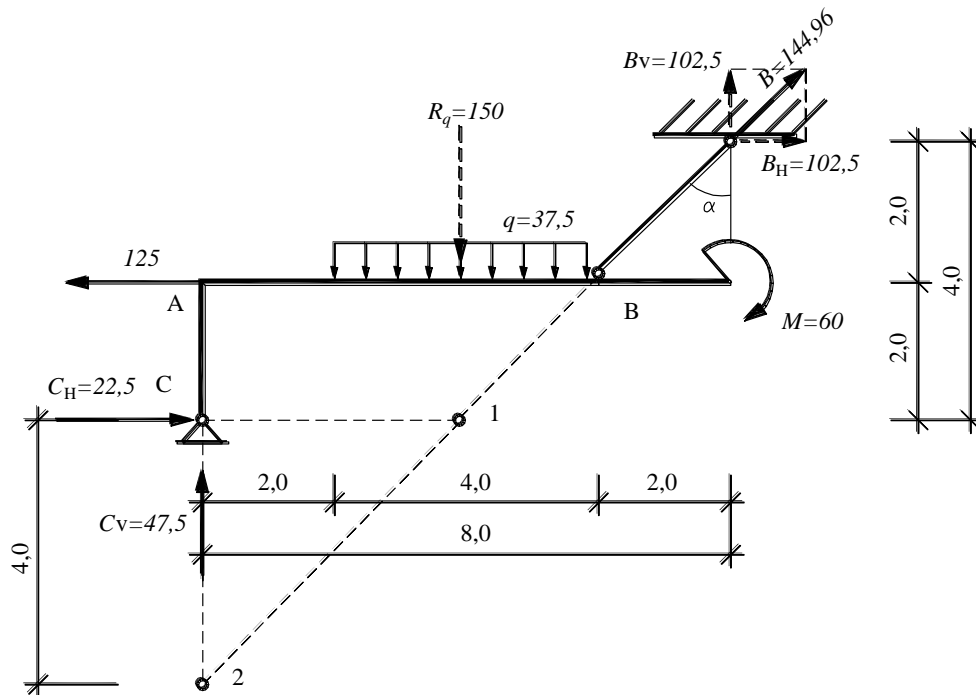
$$\sigma_{adm} = 16 \text{ kN} / \text{cm}^2; \tau_{adm} = 10 \text{ kN} / \text{cm}^2; E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN} / \text{cm}^2; \frac{I_y}{A} = 0,2 \text{ m}^2$$



(Решението е както за греда подложена на специално огъване. Застрaшените сечения и застрaшените точки се определят по същия начин.)

I. Построяване на диаграмите на разрезните усилия.

1. Опорни реакции:



1.1. $\sum M_c = 0 \dots \rightarrow B_v = 102,5 \text{ kN}$

1.2. $\sum M_1 = 0 \dots \rightarrow C_v = 47,5 \text{ kN}$

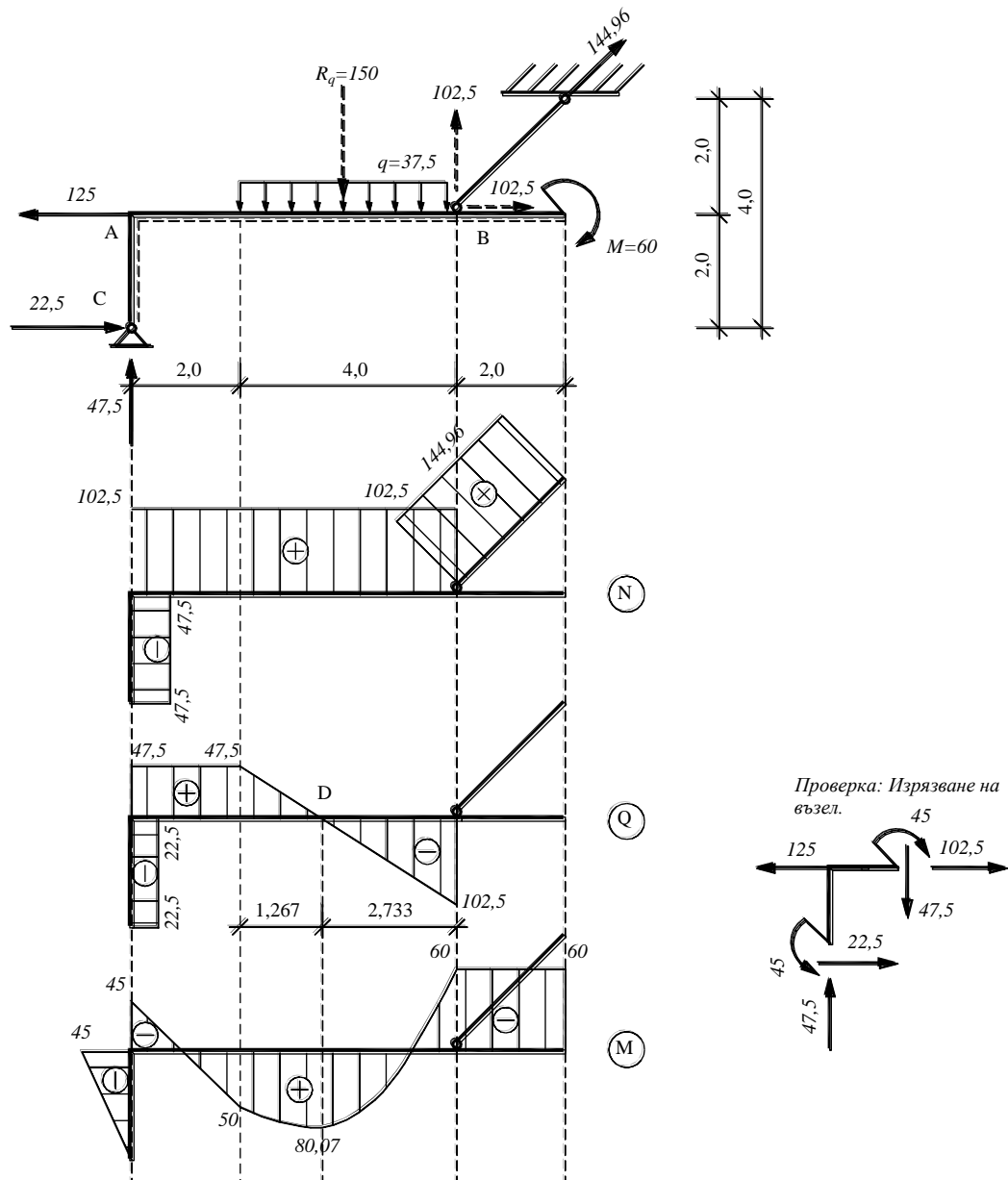
1.3. $\sum M_2 = 0 \dots \rightarrow C_H = 22,5 \text{ kN}$

Проверка: $\sum V = 0 \dots$ (Запишете пълните уравнения)

2. Диаграми на разрезните усилия:

(N - диаграма:

1. Завъртаме опорната реакция C_v на 90° по часовниковата стрелка и скачаме с $47,5$ в точка C надясно.
2. В хоризонталния участък след точка A действат две сили по направление на гредата AB . Тогава $N_2 = 125 - 22,5 = 102,5 kN$. В точка B , $B_v = 102,5 kN$ затваря диаграмата. В прътовата опора действа сила по пръта. Опорната реакция B е на опън и е с големина $B = 144,96 kN$.)



(Q - диаграма:

3. В опората C скачаме по посока на опорната реакция C_H с $22,5$.

4. В хоризонталния участък след точка A действа една сила по направление напречно на гредата AB . Тогава $Q_2 = 47,5kN$. Скокът е нагоре по C_v . В началото на зоната с равномерно разпределения товар Q намаляването линейно, като спадът до края се равнява на $R_q = 150kN$. В точка B имаме скок нагоре по $B_v = 102,5kN$ и диаграмата се затваря.
5. Определяме мястото на нулиране на Q - диаграмата и нанасяме на чертежа.)
- (M - диаграма:
6. В точка A стойността на $M = A_Q = -22,5.2 = -45kN.m$.
7. Прехвърляме тази стойност във вертикалния участък при точка A .
8. Следващата стойност на $M = -45 + 47,5.2 = 50kN.m$.
9. Следва екстремум $M = 50 + \frac{47,5.1,267}{2} = 80,07kN.m$.
10. По нататък $M = 80,07 + \frac{-102,5.2,733}{2} = -60kN.m$ и с момента в края прибираме.)
- II. Оразмеряване на участък AB с I - профил по IV-та теория на якост и да се построят диаграмите на напреженията в изследваните сечения.

1. Оразмеряване на участък AB по нормални напрежения:

Застрашено сечение е сечение D с $M_y = 80,07kN.m$ и $N = 102,5kN$.

$$\max \sigma_x = \frac{|N|}{A} + \frac{\max |My|}{W_y} \leq \sigma_{adm}$$

Избираме сечението първо по $\frac{M_y}{W_y} \leq \sigma_{adm}$ от специалното огъване. Следователно:

$$W_y \geq \frac{M_y}{\sigma_{adm}} \text{ или } W_y \geq \frac{80,07.100}{16} = 500,44cm^3. \text{ Избираме I-30a с } W_y = 518cm^3 \text{ и } A = 49,9cm^2$$

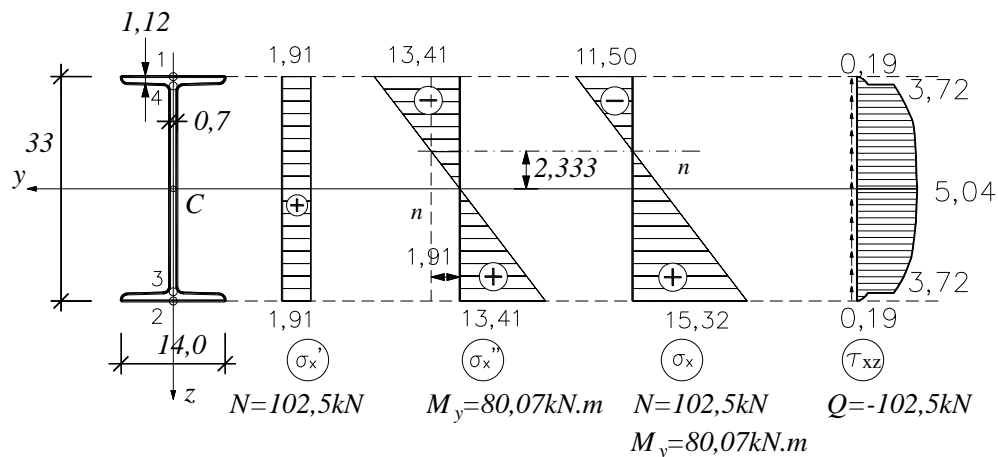
$$\sigma_x = \frac{102,5}{49,9} + \frac{80,07.100}{518} = 2,05 + 15,46 = 17,51kN/cm^2 > \sigma_{adm} = 16kN/cm^2$$

Напреженията са по-големи от допустимите. Избираме следващия профил.

Избираме I-33 с $W_y = 597cm^3$ и $A = 53,8cm^2$

$$\sigma_x = \frac{102,5}{53,8} + \frac{80,07.100}{597} = 1,91 + 13,41 = 15,32kN/cm^2 \leq \sigma_{adm} = 16kN/cm^2$$

(Изчертаваме профила и диаграмите на нормалните напрежения.)



Нулевата линия $n-n$ е с уравнение

$$n-n: \quad \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z = 0 \quad \text{или} \quad z = -\frac{N \cdot I_y}{M_y \cdot A} = -\frac{N}{M_y} i_y^2. \quad \text{За I-33 имаме } i_y = 13,50 \text{ cm}$$

$$z = -\frac{102,5}{80,07 \cdot 100} \cdot 13,50^2 = -2,333 \text{ cm} \quad (\text{нанасяме по } -z) \quad (\text{виж Нулева линия.})$$

2. Проверка на тангенциалните напрежения:

$$\tau_{xz} = \frac{Q_z S_y^*(z)}{I_y b(z)}$$

За I-33 имаме $I_y = 9840 \text{ cm}^4$, $S_y(0) = 339 \text{ cm}^3$, $b = 14,0 \text{ cm}$, $d = 0,70 \text{ cm}$, $t = 1,12 \text{ cm}$

Застрашено сечение в точка B с $Q_z = -102,5 \text{ kN}$ (за τ_{xz} няма значение знакът на Q_z)

$$\max \tau_{xz} = \frac{Q_z \cdot S_y(0)}{I_y \cdot d} = \frac{102,5 \cdot 339}{9840 \cdot 0,70} = 5,04 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{adm} = 10 \text{ kN/cm}^2$$

$$S_{y,3,4} = 14,0 \cdot 1,12 \left(16,5 - \frac{1,12}{2} \right) = 249,94 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{xz,3,4} = \frac{Q_z \cdot S_{y,3,4}}{I_y \cdot d} = \frac{102,5 \cdot 249,94}{9840 \cdot \begin{pmatrix} 0,70 \\ 14,0 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 3,72 \\ 0,19 \end{pmatrix} \text{ kN/cm}^2$$

3. Проверка по IV-та теория за якост:

Застрашено сечение е сечение B с $M_y = -60,0 \text{ kN.m}$, $Q_z = -102,5 \text{ kN}$, $N = 102,5 \text{ kN}$

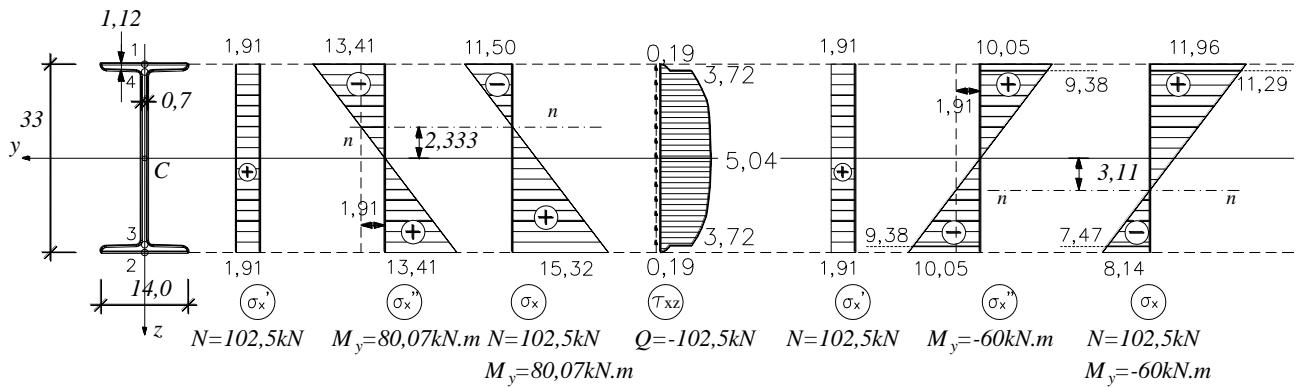
$$\sigma_{x,1} = \frac{102,5}{53,8} + \frac{60 \cdot 100}{597} = 1,91 + 10,05 = 11,96 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{x,2} = \frac{102,5}{53,8} - \frac{60 \cdot 100}{597} = 1,91 - 10,05 = -8,14 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{x,4} = \frac{102,5}{53,8} + \frac{60 \cdot 100}{9840} (16,5 - 1,12) = 1,91 + 9,38 = 11,29 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{x,3} = \frac{102,5}{53,8} - \frac{60.100}{9840}(16,5 - 1,12) = 1,91 - 9,38 = 7,47 \text{ kN / cm}^2$$

$$\sigma_{red}^{IV} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xz}^2} = \sqrt{11,29^2 + 3.3,73^2} = 13,01 \text{ kN / cm}^2 < \sigma_{adm} = 16 \text{ kN / cm}^2$$



Коментари:

1. Всички обяснения в скоби са за разясняване на решението. Те не се преписват в курсовата задача, а просто се следват.
2. Диаграмите на разрезните усилия заедно с товаровата диаграма се изчертават на една страница (без разделяне.)
3. При оформянето на курсовата работа, всички диаграми на напреженията се изчертават на една страница. Тук са показани два пъти, за да следват логиката на изчисленията.

Желая Ви успех в изготвянето на четвърта курсова задача.

При въпроси, моля пишете ми на: doicheva_fhe@uacg.bg.

Гл. ас д-р Албена Дойчева

Гл. ас д-р Албена Дойчева
Катедра: „Техническа механика“ – УАСГ, София

