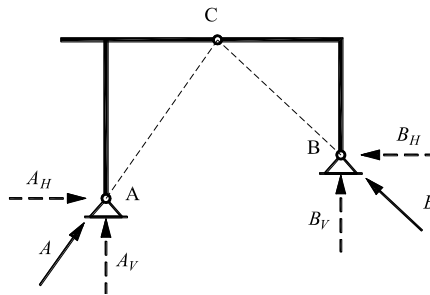


СИСТЕМИ ОТ ТЕЛА

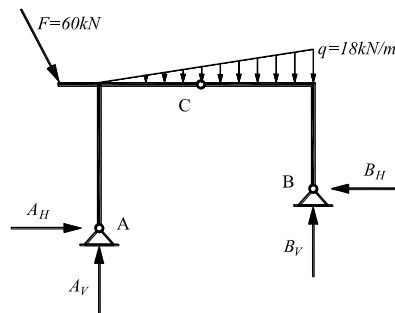
Триставна система

1. Основни понятия.

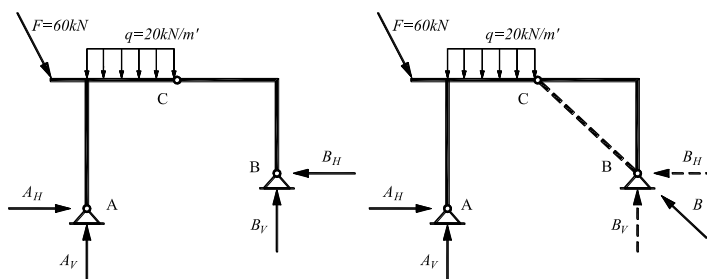
Система от две тела свързани с цилиндрични стави както помежду си, така и всяко от тях с друго неподвижно тяло (земя) и натоварени с равнинна система сили се нарича триставна система.



Натоварването трябва да лежи в равнината на трите стави, които не бива да попадат върху една линия.



За да говорим за триставна система, трябва и двете тела да са натоварени. В противен случай системата се разглежда като проста греда, на която тялото AC е подпряно с прътова опора CB . Ако тялото CB е с начупена форма се подменя с мислена прътова опора, която е по правата свързваща двете стави в точките C и B . Опорната реакция е B , която е по направлението на пръта, а B_H и B_V са само нейни компоненти.



Опорните устройства могат да бъдат на едно ниво или на различни нива.

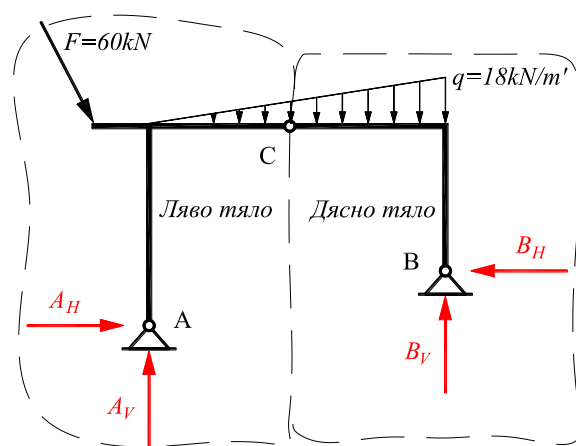
Условно двете тела се наричат „ляво“ и „дясно“ тяло. Силите върху лявото тяло се наричат „леви“ сили, а силите върху дясното тяло са „десни“ сили.

Характерното при триставната система е, че в общият случай на само вертикални товари в опорните устройства се пораждат хоризонтални съставлящи на опорните реакции.

2. Решение.

Да „решим“ триставната система ще рече да определим опорните реакции в ставите A и B и техните съставлящи A_H, A_V, B_H, B_V и ставната сила C с нейните съставлящи C_H и C_V . Решението на триставна система става с **метода на първоначално определяне на външните неизвестни и последващо определяне на вътрешните неизвестни**.

Първоначално се използват моментови уравнения с център на моментите точки A и B за всички сили (за цялата система). След това записваме моментови уравнения поотделно за точка C на силите действащи само на „лявото“ тяло и след това само за силите действащи само на „дясно“ тяло. Така изключвайки второстепенните неизвестни, чрез моментово уравнение за тяхната точка на пресичане, допълваме с необходимите две уравнения за определянето на външните неизвестни. След проверката на външните неизвестни се разделят двете тела и се определят вътрешните ставни сили чрез силови проекционни уравнения.



Решение:

1. $\sum M_A = 0 \rightarrow B_H, B_V$
2. $\sum M_C^{д.ч.} = 0 \rightarrow B_H, B_V$
3. $\sum M_B = 0 \rightarrow A_H, A_V$
4. $\sum M_C^{л.ч.} = 0 \rightarrow A_H, A_V$

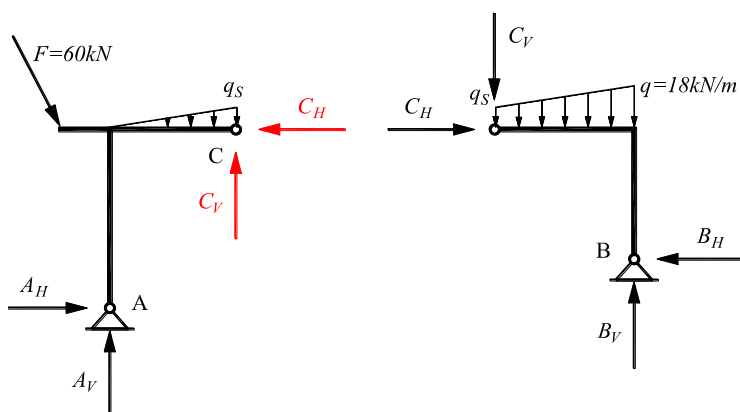
Проверка:

$$\sum H = 0$$

$$\sum V = 0$$

Определянето на опорните реакции преминава през две системи линейни уравнения.

Ставните сили се определят от по-леко натовареното тяло. Второто тяло служи за проверка.



Решение за ляво тяло:

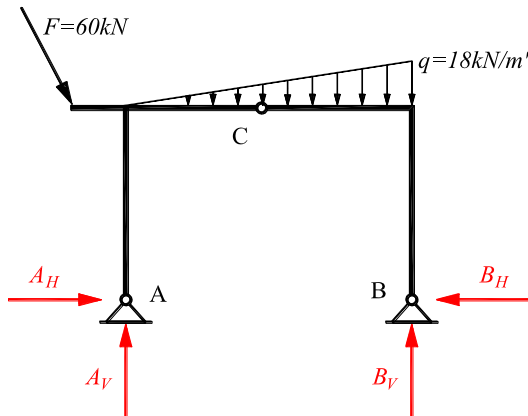
1. $\sum H = 0 \rightarrow C_H$
2. $\sum V = 0 \rightarrow C_V$

Проверка за дясно тяло:

$$\sum H = 0$$

$$\sum V = 0$$

Когато опорите са на едно ниво определянето на A_V и B_V става с независими моментни уравнения за ставите при опорите.



Решение:

$$1. \sum M_A = 0 \rightarrow B_V$$

$$2. \sum M_B = 0 \rightarrow A_V$$

Проверка:

$$\sum V \stackrel{?}{=} 0$$

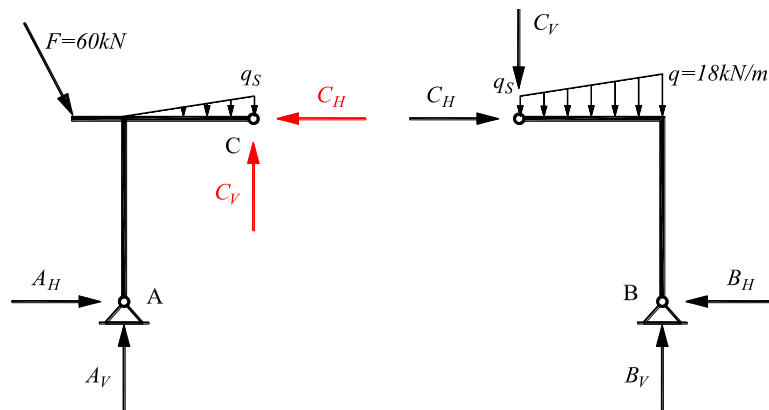
$$3. \sum M_C^{л.ч.} = 0 \rightarrow A_H, A_V$$

$$4. \sum M_C^{д.ч.} = 0 \rightarrow B_H, B_V$$

Проверка:

$$\sum H \stackrel{?}{=} 0$$

Ставните сили се определят със силови уравнения.



Решение за ляво тяло:

$$1. \sum H = 0 \rightarrow C_H$$

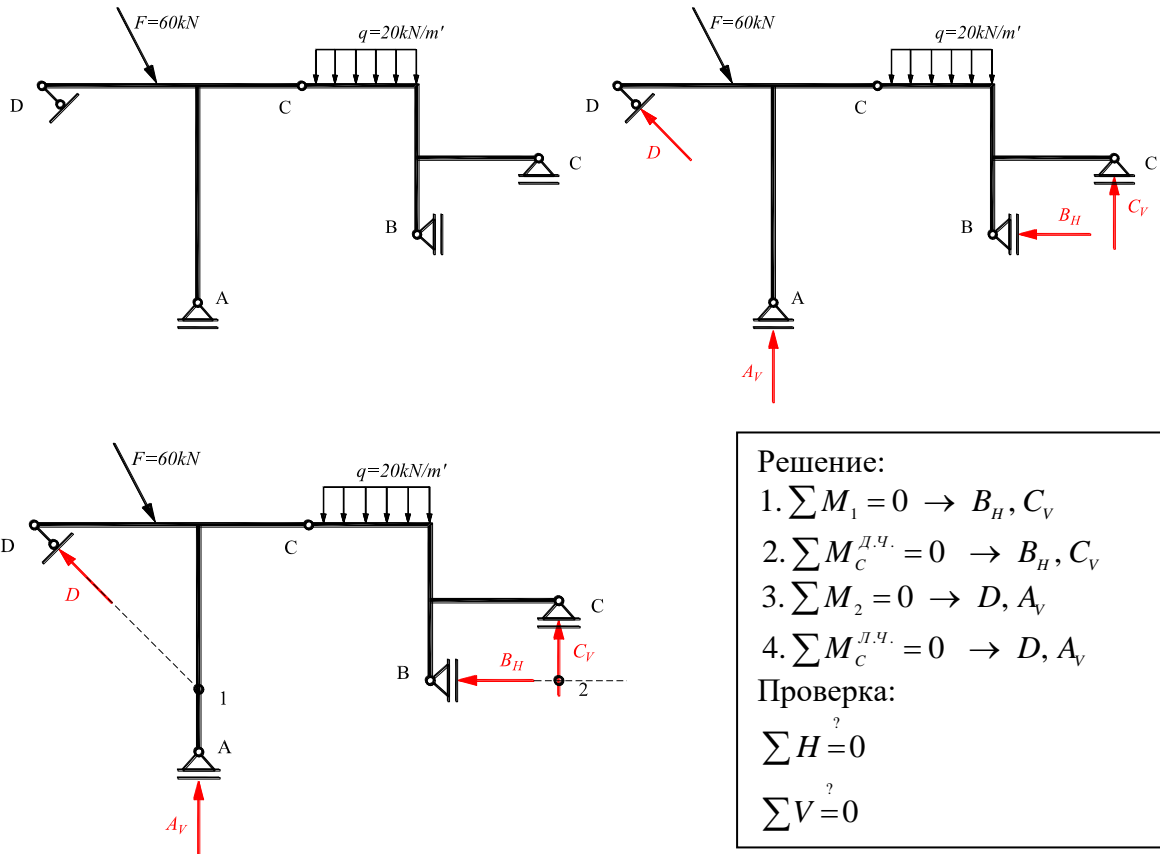
$$2. \sum V = 0 \rightarrow C_V$$

Проверка за дясно тяло:

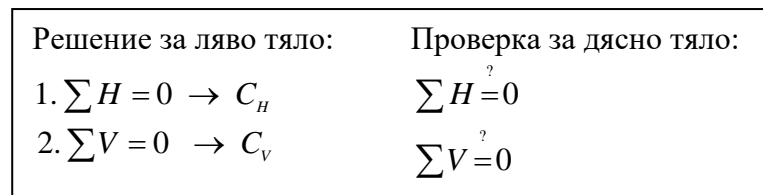
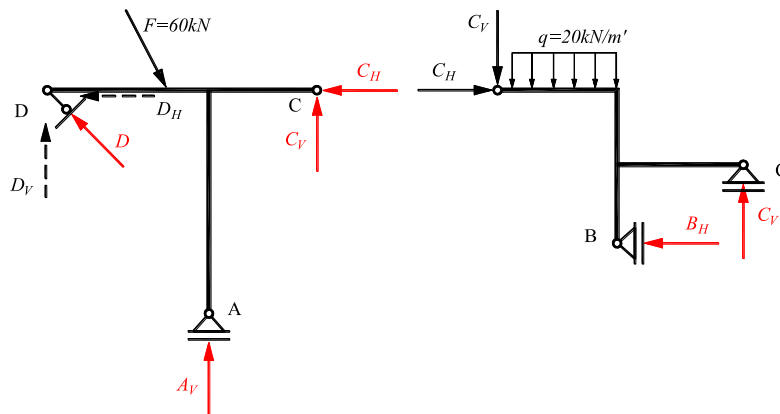
$$\sum H \stackrel{?}{=} 0$$

$$\sum V \stackrel{?}{=} 0$$

Когато триставната система се опира в неподвижната основа чрез опори различни от неподвижни, тогава се дефинират такива, които са недействителни, наричани още фиктивни стави. Тогава решението протича в следния ред:



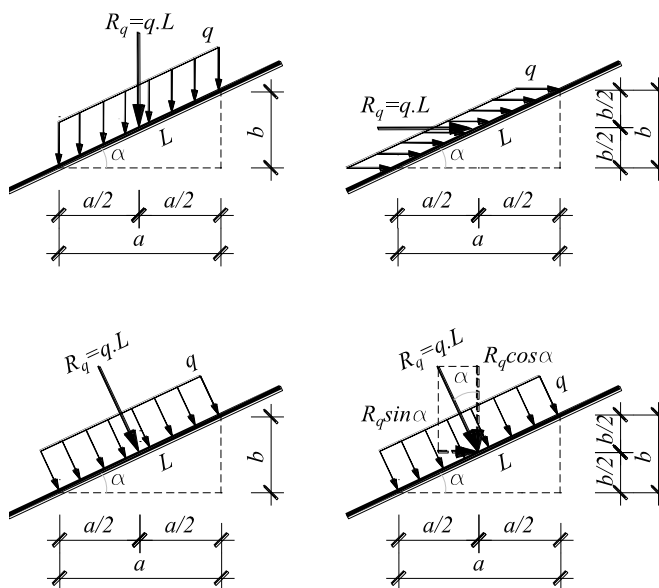
Ставните сили се определят от тялото с по-малко сили.



Особености при натоварването на отделните тела съставлящи триставната система:

1. Ако има концентрирана сила, приложена в междинната става, то при разчленяването на системата е без значение към кое тяло ще бъде отнесена.
2. Ако има концентриран момент приложен до междинна става, той се прехвърля върху тялото, на което е зададен. „Момент във става“ няма. Ставата не поема момент.

3. Когато разпределеното натоварване е приложено върху наклонен участък, не бива да се забравя, че равнодействащата е произведение на интензивност на товара по дължината му на действие. Самата равнодействаща е като разпределения товар по отношение на направление и посока. При необходимост, тя се разлага по удобни направления (виж ЗАДАЧА II).



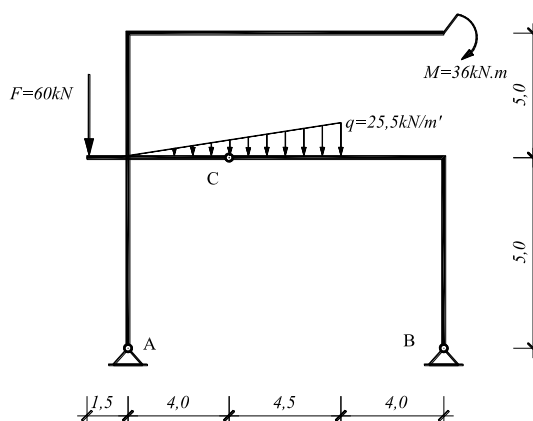
КУРСОВА ЗАДАЧА № 8

ТРИСТАВНА СИСТЕМА

I. ЗАДАЧА I

За показаната на схемата триставна система да се определят опорните реакции и ставните сили.

Да се направят необходимите проверки.



Разпределен товар по линия:

$$\text{Стойност на товара над ставата } C - q_c = \frac{q}{L_1 + L_2} \cdot L_1 = \frac{25,5}{4 + 4,5} \cdot 4 = 12 \text{ kN/m'}$$

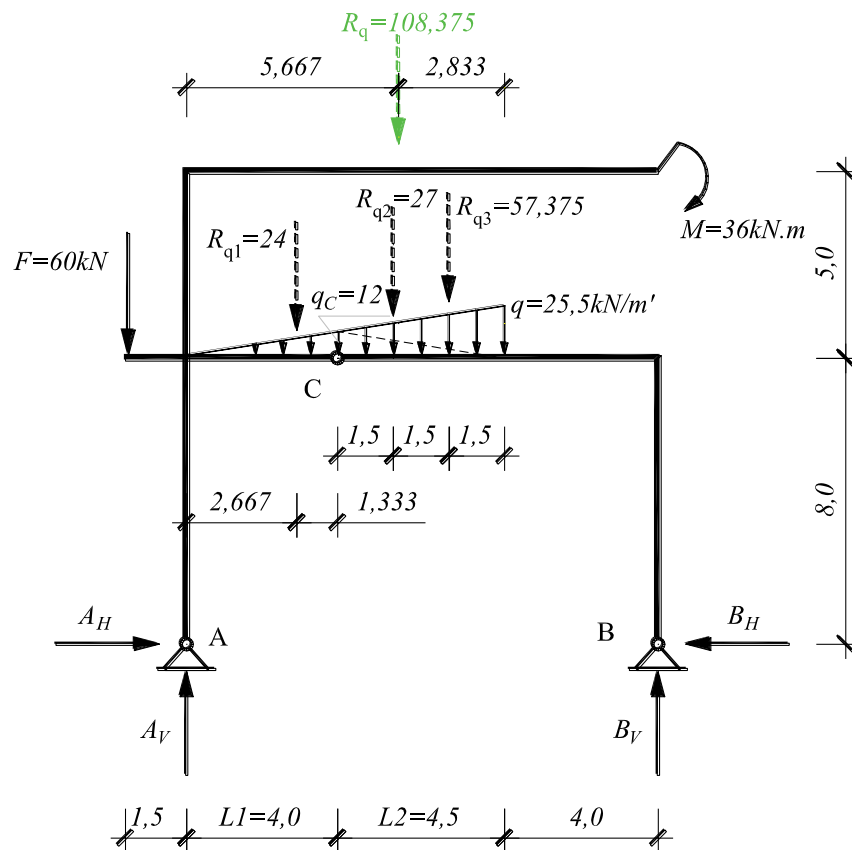
$$R_{q1} = \frac{q_c \cdot L_1}{2} = \frac{12 \cdot 4}{2} = 24 \text{ kN};$$

$$R_{q2} = \frac{q_c \cdot L_2}{2} = \frac{12 \cdot 4,5}{2} = 27 \text{ kN};$$

$$R_{q3} = \frac{q \cdot L_2}{2} = \frac{25,5 \cdot 4,5}{2} = 57,375 \text{ kN}.$$

$$\sum_{i=3}^5 R_{qi} = 24 + 27 + 57,375 = 108,375 \text{ kN}$$

$$\text{Проверка: } R_q = \frac{q \cdot (L_1 + L_2)}{2} = \frac{25,5 \cdot (4 + 4,5)}{2} = 108,375 \text{ kN}$$



1. Решение за външни неизвестни.

Първо се записват моментни условия за равновесие за опорните точки А и В. Получените независими уравнения дават A_v и B_v .

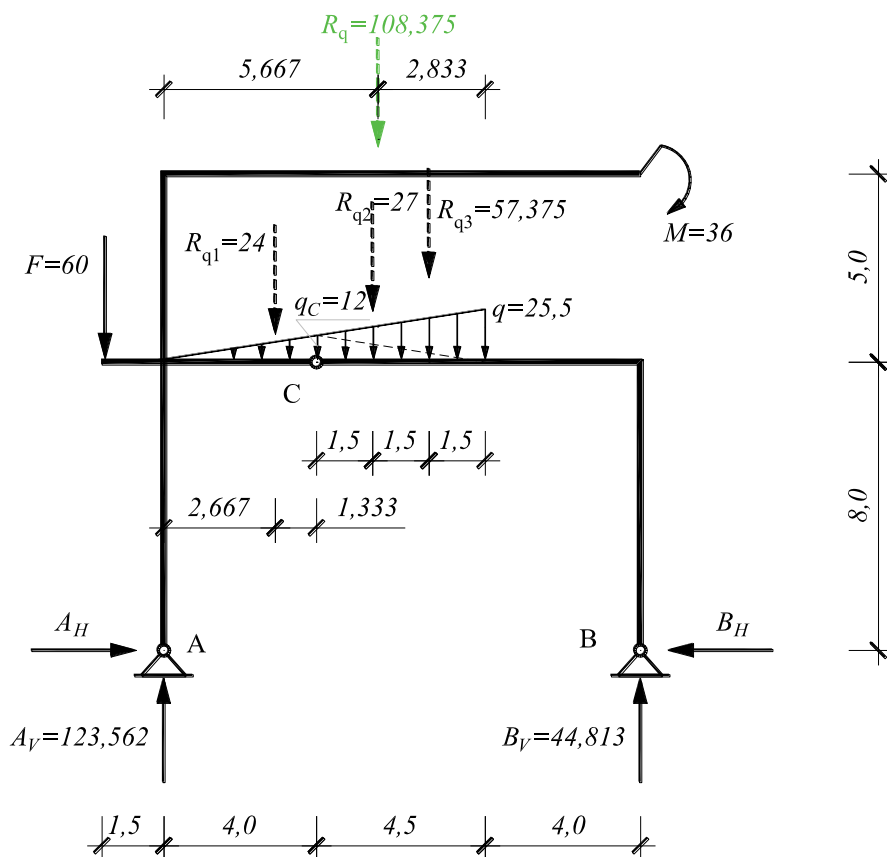
$$1. \sum M_A = 0: 60 \cdot 1,5 - 108,375 \cdot 5,667 - 36 + B_v \cdot 12,5 = 0 \rightarrow B_v = 44,813 \text{ kN}$$

$$2. \sum M_B = 0: -A_v \cdot 12,5 + 60 \cdot 14 + 108,375 \cdot 6,833 - 36 = 0 \rightarrow A_v = 123,562 \text{ kN}$$

Проверка:

$$\sum V = 0: 123,562 + 44,813 - 60 - 108,375 = 0$$

$$168,375 - 168,375 = 0$$



Хоризонталните неизвестни се определят от моментови уравнения записани за междинната става – точка *C* за „лява“ и „дясна“ част.

$$3. \sum M_C^{л.ч.} = 0: -123,562 \cdot 4,0 + 60 \cdot 5,5 + 24 \cdot 1,333 - 36 + A_H \cdot 8 = 0$$

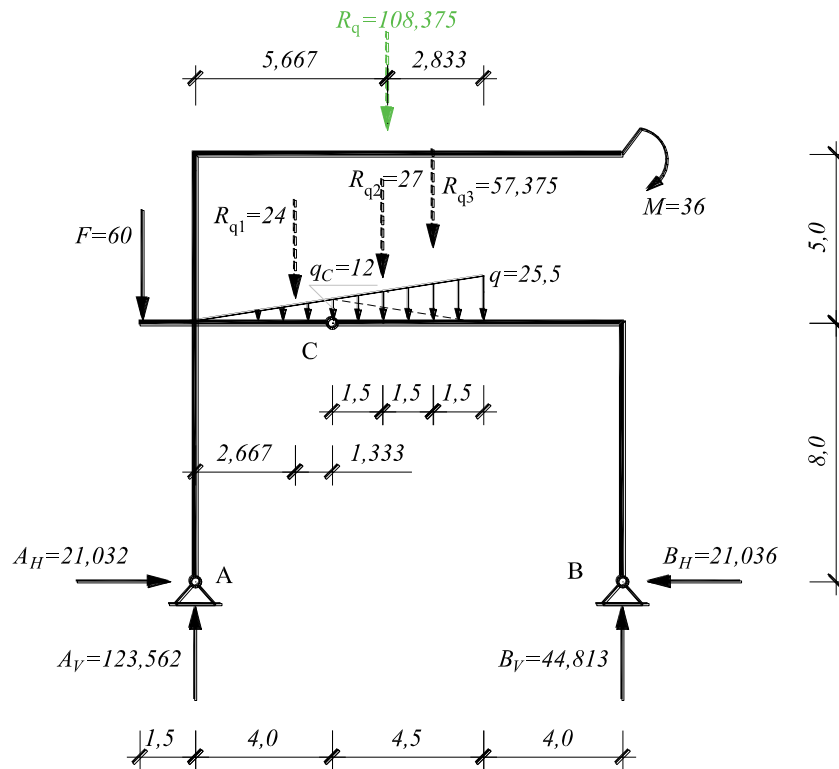
$$\rightarrow A_H = 21,032 \text{ kN}$$

$$4. \sum M_C^{д.ч.} = 0: -27 \cdot 1,5 - 57,375 \cdot 3 + 44,813 \cdot 8,5 - B_H \cdot 8 = 0$$

$$\rightarrow B_H = 21,036 \text{ kN}$$

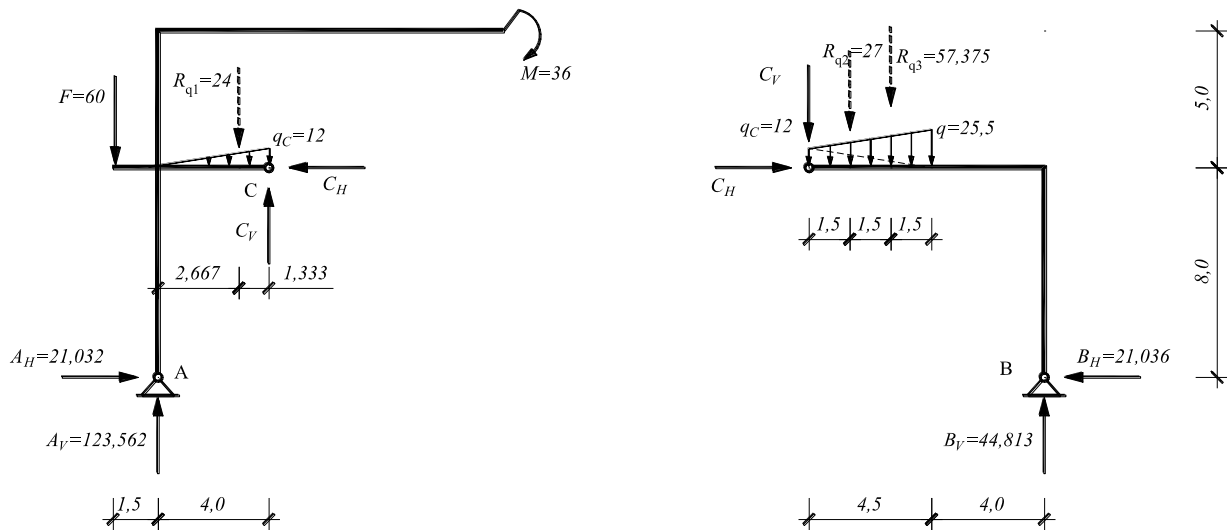
Проверка:

$$\sum H = 0: 21,032 - 21,036 = -0,004$$



2. Ставни сили:

Разделяме системата през ставата C . Въвеждаме ставните сили с произволна посока върху едното тяло, а върху другото се задават с обратна посока.



Ляво тяло:

$$1. \sum H = 0: 21,032 - C_H = 0 \quad \rightarrow C_H = 21,032 \text{ kN}$$

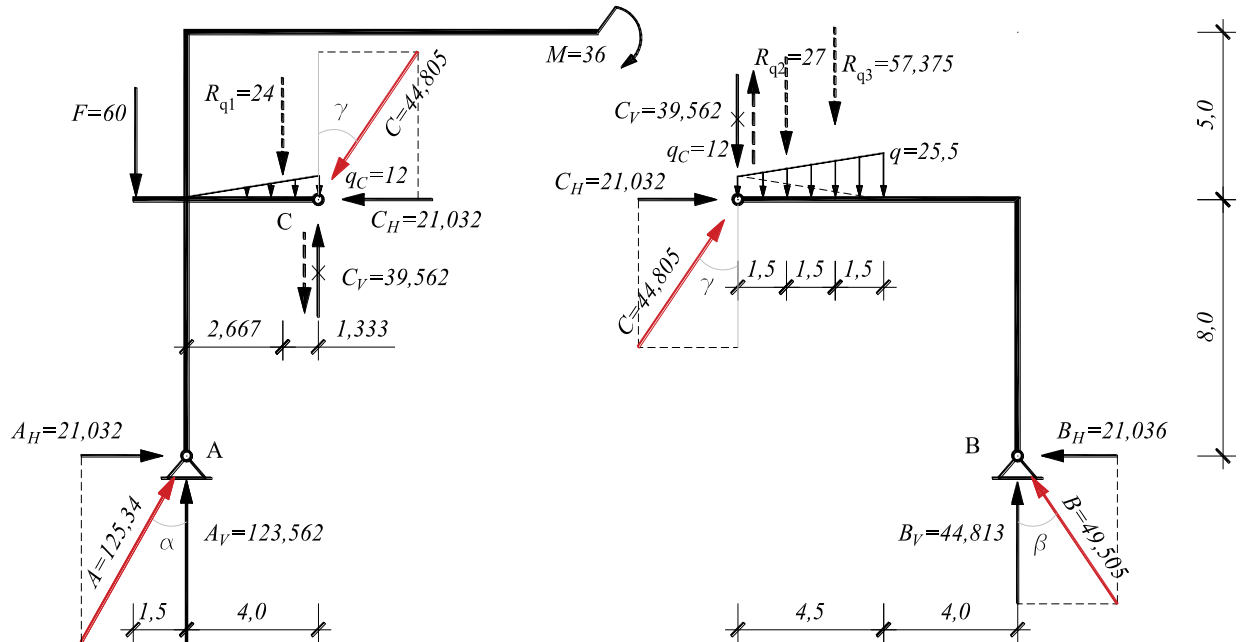
$$2. \sum V = 0: 123,562 - 60 - 24 + C_V = 0 \quad \rightarrow C_V = -39,562 \text{ kN}$$

Проверка за дясно тяло:

$$3. \sum H = 0: 21,032 - 21,036 = -0,004$$

$$4. \sum V = 0: 44,813 + 39,562 - 27 - 57,375 = 0$$

$$84,375 - 84,375 = 0$$



3. Големини на силите и направления.

$$A = \sqrt{A_H^2 + A_V^2} = \sqrt{21,032^2 + 123,562^2} = 125,34 \text{ kN}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_H}{A_V} = \frac{21,032}{123,562} = 0,17021414 \rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} 0,17021414 = 9,66^\circ$$

$$B = \sqrt{B_H^2 + B_V^2} = \sqrt{21,036^2 + 44,813^2} = 49,50 \text{ kN}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B_H}{B_V} = \frac{21,036}{44,813} = 0,46941736 \rightarrow \beta = \operatorname{arctg} 0,46941736 = 25,146^\circ$$

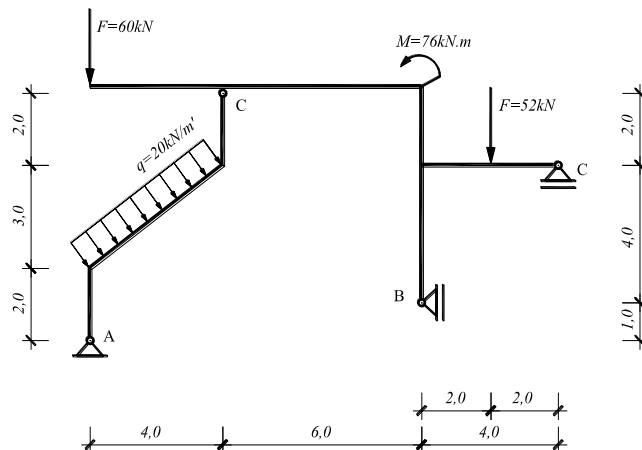
$$C = \sqrt{C_H^2 + C_V^2} = \sqrt{21,032^2 + 39,562^2} = 44,805 \text{ kN}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{C_H}{C_V} = \frac{21,032}{39,562} = 0,53162125 \rightarrow \gamma = \operatorname{arctg} 0,53162125 = 27,996^\circ$$

II. ЗАДАЧА II

За показаната на схемата триставна система да се определят опорните реакции и ставните сили.

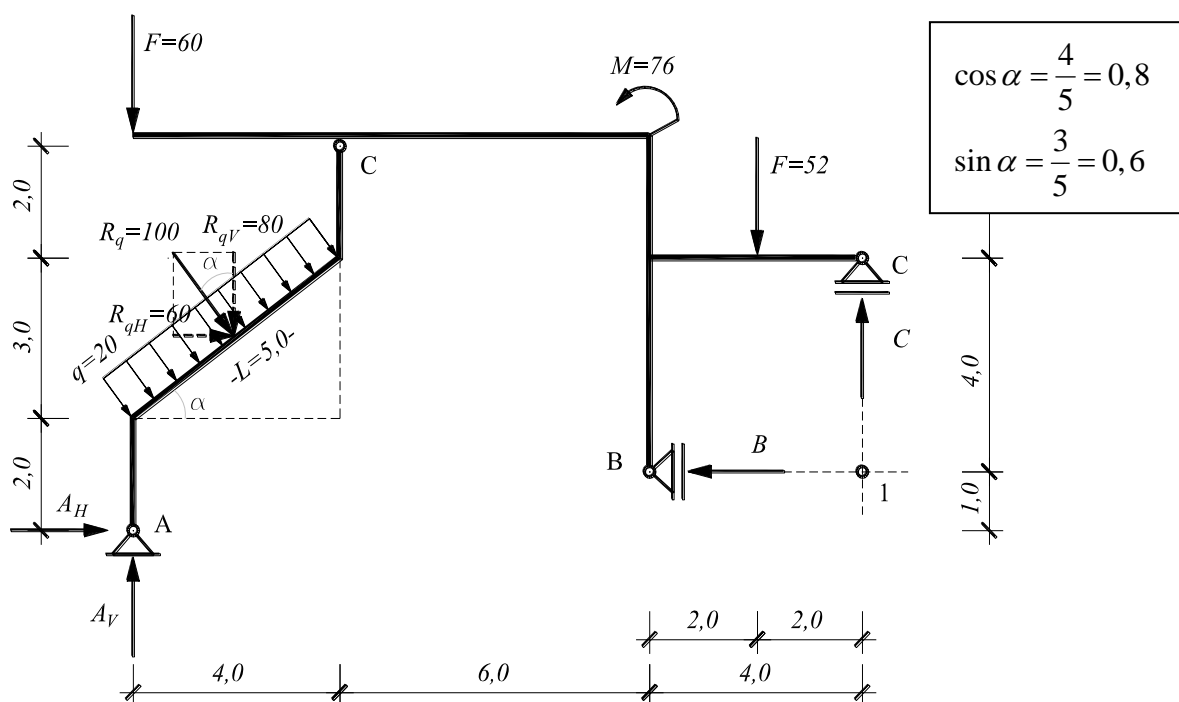
Да се направят необходимите проверки.



Разпределен товар по линия:

$$R_q = q \cdot L = 20 \cdot 5 = 100 \text{ kN} ;$$

$$R_q \begin{cases} R_{qH} = R_q \cdot \sin \alpha = 100 \cdot 0,6 = 60 \text{ kN} \\ R_{qV} = -R_q \cdot \cos \alpha = -100 \cdot 0,8 = -80 \text{ kN} \end{cases} ;$$



1. Решение за външни неизвестни.

Първо се записват моментови условия за равновесие за опорна точка А и за фиктивна става 1.

$$1. \sum M_A = 0: -60.3,5 - 80.2 + 76 - 52.12 + B.1 + C.14 = 0 \rightarrow B + 14C - 918 = 0$$

$$2. \sum M_C^{л.ч.} = 0: 60.4 - 76 - 52.8 - B.6 + C.10 = 0 \rightarrow -6B + 10C - 100 = 0$$

$$\begin{cases} B + 14C = 918 & (.6) \\ -6B + 10C = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6B + 84C = 5508 & \boxed{+} \\ -6B + 10C = 100 \end{cases}$$

$$94C = 5608$$

$$C = 59,66kN$$

$$B = 82,766kN$$

$$3. \sum M_1 = 0: A_H.1 - A_V.14 - 60.2,5 + 80.12 + 60.14 + 76 + 52.2 = 0$$

$$4. \sum M_C^{л.ч.} = 0: A_H.7 - A_V.4 + 60.3,5 + 80.2 = 0$$

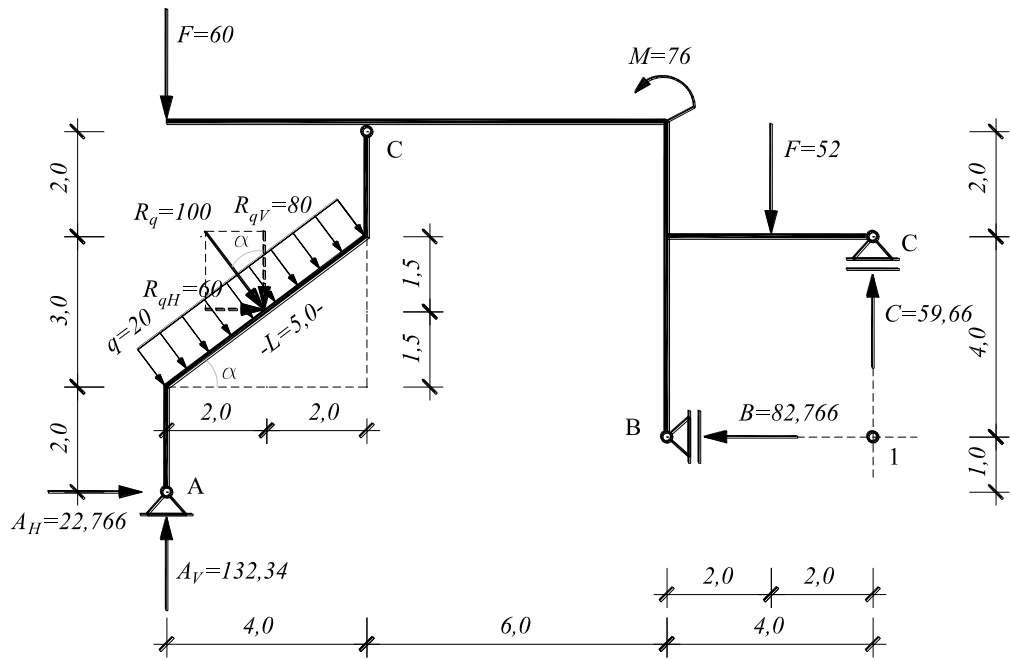
$$\begin{cases} A_H - 14A_V = -1830 & .(-7) \\ A_H.7 - 4A_V = -370 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7.A_H + 98A_V = 12810 & \boxed{+} \\ 7.A_H - 4A_V = -370 \end{cases}$$

$$94A_V = 12440$$

$$A_V = 132,34kN$$

$$A_H = 22,766kN$$



Проверка:

$$\sum H = 0: 22,766 + 60 - 82,766 = 0$$

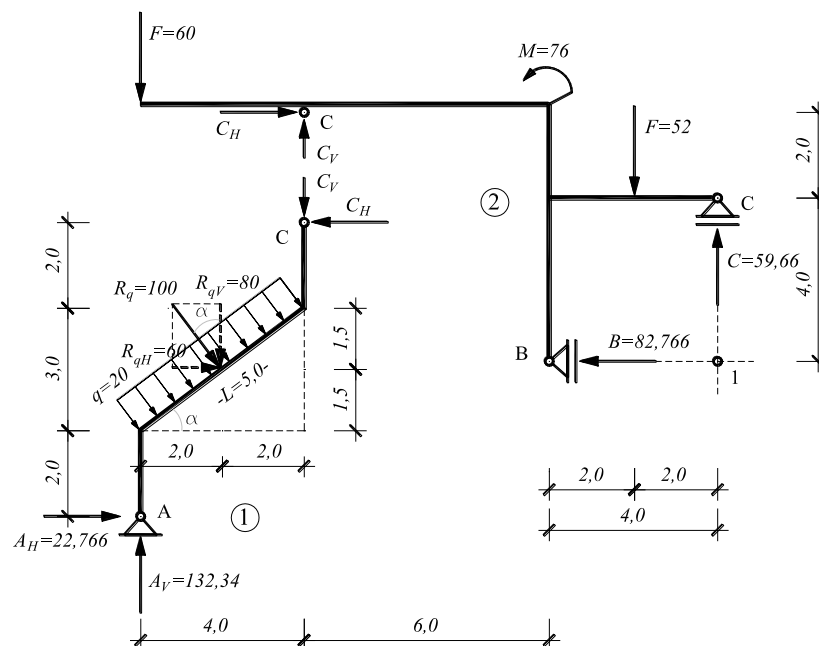
$$82,766 - 82,766 = 0$$

$$\sum V = 0: 132,34 - 80 - 60 - 52 + 59,66 = 0$$

$$192 - 192 = 0$$

2. Ставни сили:

Разделяме системата през ставата C. Въвеждаме ставните сили с произволна посока върху едното тяло, а върху другото се задават с обратна посока.



Ляво тяло:

$$1. \sum H = 0: 22,766 + 60 - C_H = 0 \quad \rightarrow C_H = 82,766kN$$

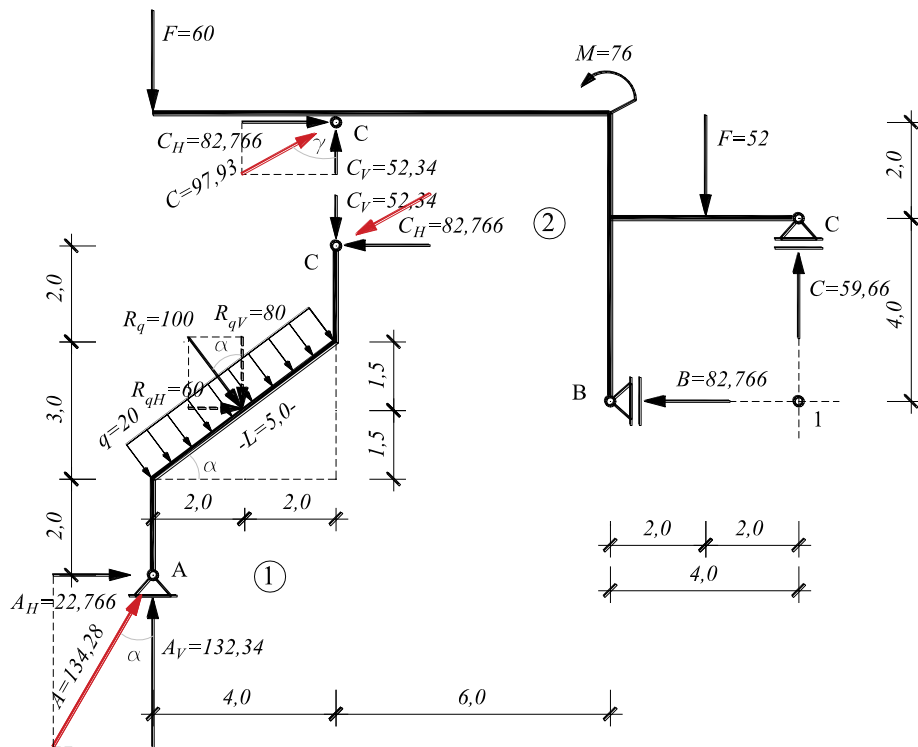
$$2. \sum V = 0: 132,34 - 80 - C_V = 0 \quad \rightarrow C_V = 52,34kN$$

Проверка за дясно тяло:

$$3. \sum H = 0: 82,766 - 82,766 = 0$$

$$4. \sum V = 0: 52,34 - 60 - 52 + 59,66 = 0$$

$$112 - 112 = 0$$



3. Големини на силите и направления.

$$A = \sqrt{A_H^2 + A_V^2} = \sqrt{22,766^2 + 132,34^2} = 134,28kN$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_H}{A_V} = \frac{22,766}{132,34} = 0,17202660 \quad \rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} 0,17202660 = 9,76^\circ$$

$$C = \sqrt{C_H^2 + C_V^2} = \sqrt{82,766^2 + 52,34^2} = 97,93kN$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{C_H}{C_V} = \frac{82,766}{52,34} = 1,58131448 \quad \rightarrow \gamma = \operatorname{arctg} 1,58131448 = 57,69^\circ$$

Коментар:

1. Векторите сили и моменти не се нанасят мащабно. Те са такива каквито ги виждате на няколкото чертежа в решените примери. Може просто да са съразмерни. Т.е. векторите на по-големите сили да са по-големи от по-малките по големина сили и т.н.
2. В показаните решения са използвани обръщения към теоретичните бележки в началото на материала. За целта се маркира текстът, който следва подканата виж:.....
3. В обясненията са изобразени множество схеми, които показват последователността на решение и разсъждения. В курсовата задача се изчертават само чертежите дадени в книгата със заданията. За яснота следете решения пример в ръководството.

Това е материалът за Курсова задача 9 (по номерация от ръководството), за Вас това е осма задача, която правите като курсова. Моля, прегледайте и решете примерите в ръководството за тренировка, както и примерите решени тук. При несигурност, можете да снимате и да ми изпратите снимката с въпроси.

Желая Ви успех в подготовката на подадената информация.

При въпроси, моля пишете на: doicheva_fhe@abv.bg.

Гл. ас д-р Албена Дойчева