

Публикувана:

L'université de l'architecture de génie civil et de géodésie, Sofia, UASG, XL, 1999

## **Съкратен запис на уравненията на поправките от условията за колинеарност и компланарност при аналитични построения и използване на релационна база от данни**

(от Пламен Малджански)

### **РЕЗЮМЕ**

Статията разглежда въпроса за съкратен запис на уравненията на поправките, образувани от основните фотограметрични условия при аналитични фотограметрични построения, ползващи релационна база от данни. Предлагания метод се основава на изчисляване на адреса на всеки елемент от матрицата на уравненията на поправките, като функция на индекси, съхранявани в релационната база. (смисълът на индексите зависи от конкретното условие).

### **SUMMARY**

It is suggested the question to using the short record to write equation to correction from the fundamentals photogrammetrical conditions and using the relation database. The method is found to calculate the address of every element in matrix the equation to correction per function of index, preservation in relation database. (the meaning of index is depending on concrete conditions)

### **РЕЗЮМЕ**

Рассматривается вопрос о применении короткой запис для коэффициенты уравнения поправок, образованы основными фотограметричными условиями. Метод вычисляет адрес каждого элемента из матрицы уравнения поправок, отчитая система индексов, которые сохраняются в релационной базе данных. (значение индексов зависит от конкретного условия)

## **Съкратен запис на уравненията на поправките от условията за колинеарност и компланарност при аналитични построения и използване на релационна база от данни**

(от Пламен Малджански)

При много от задачите на аналитичната фотограметрия се налага прилагането на условията за колинеарност и компланарност. Тяхната употреба е продиктувана от използването на матрично- векторен апарат за описание на връзките между образни и пространствени координати на точки от модела и елементи на ориентиране на снимките. Една утвърдена методика при построяване на аналитични модели от компараторни измервания е итерационната. При нея връзките между образни и пространствени координати се изразяват , чрез построяване на аналитичен модел на етапи (итерации). Спира се когато е изпълнено определено условие, наложено от изискванията на задачата. Така например ,ако трябва да се определят елементите на външното ориентиране на стереодвойка снимки от измерени образни координати и паралакси на точки от застъпената част на стереодвойката, се процедира по следната начин:

1. След проверка за груби грешки и въвеждане на подходящи корекции и редукции към аналитичните фотограметрични измервания , за всяка точка от модела се съставят уравнения на измерванията (в случая 4 уравнения за колинеарност, по две за всяка снимка и едно за компланарност).

2. Прилага се обработка по МНМК (Метод на най-малките квадрати) за намиране на неизвестните в тези уравнения на измерванията. При параметричното изравнение методиката включва:

- Представяне на неизвестните величини (ЕВО за снимките и координати на точки от модела) като приблизителна стойност + поправка;
- Линеаризиране на уравненията на измерванията и намиране на частните производни, които са коефициенти в уравненията на поправките;

- Съставяне на Нормална система (при непреките методи, при преките не се съставя такава) и определяне на неизвестните величини;
- Проверка за коректност на решението (критерии за минимален вертикален паралакс в модела или минимална относителна грешка при определяне на неизвестните )
- Итеративно решение до изпълнение на поставения критерии.

Като се има предвид , че се касае за големи системи от уравнения с много неизвестни , то съкратеното записване на уравненията на поправките при използване на гореописаните условия е наложително.

Уравненията на поправките при условието за колинеарност , съгласно [1] при определени елементи на вътрешното ориентиране за  $i^{\text{та}}$  и  $j^{\text{та}}$  снимки включва девет неизвестни (ЕВО за снимките и координати на точката, ако тя е новоопределяема )

$$\begin{aligned}
 v_{\text{kol}i} &= A_1\delta X_{S_i} + A_2\delta Y_{S_i} + A_3\delta Z_{S_i} + A_4\delta\alpha_i + A_5\delta\omega_i + A_6\delta\chi_i + A_7\delta X_i + A_8\delta Y_i + A_9\delta Z_i + L_{\text{kol}i} \\
 v_{\text{kol}j} &= B_1\delta X_{S_j} + B_2\delta Y_{S_j} + B_3\delta Z_{S_j} + B_4\delta\alpha_j + B_5\delta\omega_j + B_6\delta\chi_j + B_7\delta X_j + B_8\delta Y_j + B_9\delta Z_j + L_{\text{kol}j} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Ако точката , за която се съставя уравнението е с известни координати, в уравнения (1) се съдържат като неизвестни само ЕВО за снимката (шест броя неизвестни).

Аналогично изглеждат и уравненията на поправките при условието за компланарност (2):

$$\begin{aligned}
 v_{\text{komp}} &= C_1\delta X_{S_i} + C_2\delta Y_{S_i} + C_3\delta Z_{S_i} + C_4\delta\alpha_i + C_5\delta\omega_i + C_6\delta\chi_i + \\
 &+ C_7\delta X_{S_j} + C_8\delta Y_{S_j} + C_9\delta Z_{S_j} + C_{10}\delta\alpha_j + C_{11}\delta\omega_j + C_{12}\delta\chi_j + L_{\text{kompl}} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Тук броят на неизвестните е дванадесет, като неизвестни са само ЕВО за снимките. Начинът за получаване на коефициентите  $A_i$  ,  $B_i$  и  $C_i$  подробно е описан в литературата.

Очевидно и двете условия съдържат фиксиран брой неизвестни, само че коефициентите пред тези неизвестни в общия модел се отнасят към различни ЕВО и неизвестни координати на точки. Ако въведем означенията:

**n**-брой на снимките за модела;

**g**-брой на точките с геодезически координати

**c**-брой на ново определяемите точки ;

**U**-брой на неизвестните от условията за колинеарност;

**p**-брой на уравненията за колинеарност

**y**-брой на неизвестните от условията за компланарност;

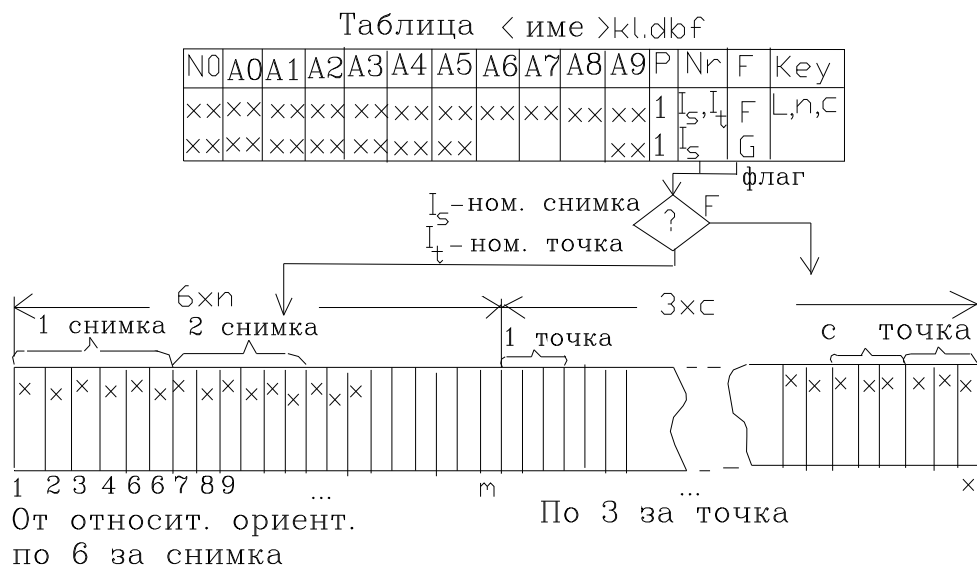
**q**-брой на уравненията за компланарност

то са в сила зависимостите:

$$U = 6 \cdot n + 3 \cdot c \quad p = 4 \cdot (g + c)$$

$$y = 6 \cdot n \quad q = g + c \quad (3)$$

Приема се подреждането на неизвестните в уравненията на поправките да се извършва , съгласно (фиг.1). В началото се разполагат елементите на относителното ориентиране (по 6 за всяка снимка). Техният брой , както се вижда е функция на броя на снимките , а след тях (само при уравнението за колинеарност) да се записват неизвестните координати на новоопределяеми точки.



(фиг.1)

Тогава за съкратен запис на уравненията на поправките , получени от условието за колинеарност и компланарност може да се използват реляционни таблици (1,2)

Таблица 1 (<име>kl.dbf)

Nr	AB(1)	AB(2)	AB(3)	AB(4)	AB(5)	AB(6)	AB(7)	AB(8)	AB(9)	L	P	Nr	F	Key
x	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	x	1,12	GF	png

Таблица 2 (<име>kp.dbf)

Nr	C(1)	C(2)	C(3)	C(4)	C(5)	C(6)	C(7)	C(8)	C(9)	Q(10)	Q(11)	Q(12)	L	P	Nr	Key
x	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	x	1,13	qn

При условието за колинеарност , чрез индексите  $I_s$  (I1) и  $I_t$  (I2) ( виж фиг.1 и таблица 1) може еднозначно да се определи мястото на коефициента от съответното уравнение на поправките , а за условието за компланарност трябва да се използват индекси  $I_{s1}$  (I1) и  $I_{s2}$  (I3) , съгласно таблица 2. Индексите I1, I2, I3 имат следния смисъл :

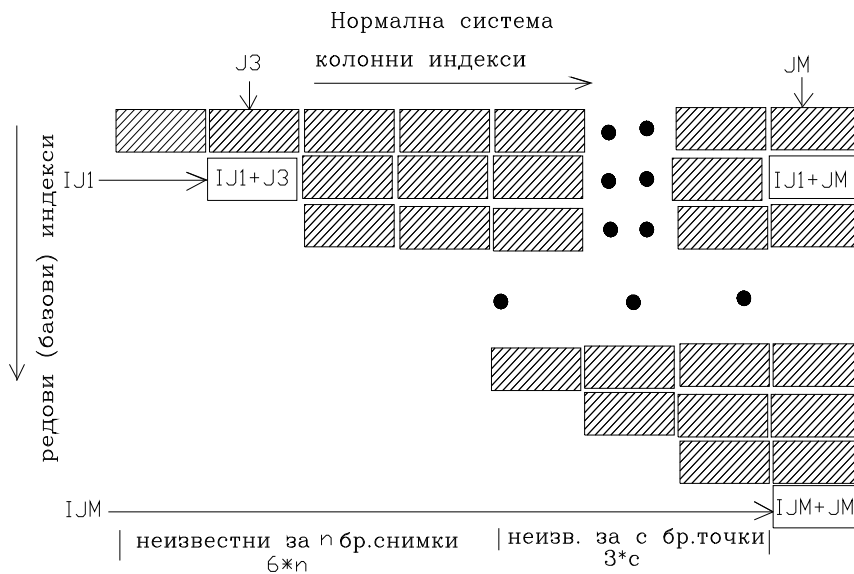
**I1** -показва индексния номер на  $i^{тата}$  снимка , за която е съставено уравнението за колинеарност;

**I2** -показва индексния номер на новоопределяемата точка от уравнението за колинеарност;

**I3** -показва индексния номер на  $j^{тата}$  снимка в условието за компланарност , ако приемем , че в този момент **I1** показва индексния номер на  $i^{тата}$  снимка ( снимка  $i$  и снимка  $j$  образуват стереодвойката за която се съставя уравнението за компланарност)

Ако разгледаме случая за използване на непреки методи при обработката на линейната система по МНМК (тоест възможността от съкратения запис да се състави нормална система ), то за определяне на множеството от адресите на елементите от нормалната система, които трябва да се изчислят от съответния съкратен запис на (1) и (2) се използва представянето (4), илюстрирано на (фиг.2)

$$\{\text{адрес на елемент}\} = \{\text{базов}\} + \{\text{колонен}\} \quad (4)$$



(фиг.2)

За да се получат множествата на адресите : {базов} и {колонен} се постъпва по следния начин.

Използва се представянето на нормалната система като горна триъгълна матрица и записът и съгласно [3] в едномерен масив, достъпът до елемент на които се осъществява по известната от [3] зависимост (5):

$$IJ = (i-1) \cdot (2 \cdot (U+1) - i) / 2 + j \quad (5),$$

където:

i- номера на реда;

j-номера на стълба;

IJ адреса (позицията ) на елемента от нормалната система.

В (5) у не участва , защото условието за компланарност е съставено за същите n снимки, участващи в U, тоест то се явява допълнително [4]

Имайки предвид подреждането, показано на (фиг.1) и след преработка на (5) се стига до следните представяния за {базов} и {колонен} адрес при съкращения запис на уравненията на поправките, образувани от двете условия:

{базов}<sub>кол.</sub> включва индексите:

$$\begin{aligned}
IJ1 &= (J1 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J1) / 2; & IJ6 &= (J6 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J6) / 2; \\
IJ2 &= (J2 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J2) / 2; & IJ7 &= (J7 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J7) / 2; \\
IJ3 &= (J3 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J3) / 2; & IJ8 &= (J8 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J8) / 2; \\
IJ4 &= (J4 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J4) / 2; & IJ9 &= (J9 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J9) / 2; \\
IJ5 &= (J5 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J5) / 2 & IJM &= (JM - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - JM) / 2
\end{aligned} \tag{6}$$

**{колонен}**<sub>кол.</sub> ВКЛЮЧВА:

$$\begin{aligned}
J1 &= 6 \cdot I_s - 5; J2 = 6 \cdot I_s - 4; J3 = 6 \cdot I_s - 3; \\
J4 &= 6 \cdot I_s - 2; J5 = 6 \cdot I_s - 1; J6 = 6 \cdot I_s; \\
J7 &= 6 \cdot n + 3 \cdot I_t - 2; J8 = 6 \cdot n + 3 \cdot I_t - 1; J9 = 6 \cdot n + 3 \cdot I_t; \\
JM &= 6 \cdot n + 3 \cdot c + 1;
\end{aligned} \tag{7}$$

По този начин определените множества:

$$\{\text{базов}\}_{\text{кол.}} = \{IJ1, IJ2, IJ3, IJ4, IJ5, IJ6, IJ7, IJ8, IJ9, IJM\} \text{ и}$$

**{колонен}**<sub>кол.</sub> = {J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9, JM} еднозначно позволяват да се възстанови съкратения запис на уравненията за колinearност, записани в Таблица 1 при определяне участието на коефициентите в образуване на нормалната система.

J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9, JM показват пред кое неизвестно са прочетените от таблицата коефициенти (JM е мястото на свободния член) от дадено уравнение, при съответните им базови адреси (IJ1, IJ2, IJ3, IJ4, IJ5, IJ6, IJ7, IJ8, IJ9, IJM)

При условието за компланарност **{базов}** и **{колонен}** адрес са както следва:

$$\begin{aligned}
\{\text{базов}\}_{\text{компл.}} &= \{\text{базов}\}_{\text{кол.}} + (8) \\
IJ10 &= (J10 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J10) / 2; \\
IJ11 &= (J11 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J11) / 2; \\
IJ12 &= (J12 - 1) \cdot (2 \cdot (U + 1) - J12) / 2;
\end{aligned} \tag{8}$$

тоест към множеството от базовите адреси се добавят още три, тъй като в уравнението за компланарност има с три броя неизвестни в повече. Колонните адреси се пресмятат по различен начин (9):

$$\{\text{колонен}\}_{\text{компл.}}$$

$$\begin{aligned}
J1 &= 6 \cdot I_s - 5; J2 = 6 \cdot I_s - 4; J3 = 6 \cdot I_s - 3; \\
J4 &= 6 \cdot I_s - 2; J5 = 6 \cdot I_s - 1; J6 = 6 \cdot I_s; \\
J7 &= 6 \cdot I_{s1} - 5; J8 = 6 \cdot I_{s1} - 4; J9 = 6 \cdot I_{s1} - 3; \\
J10 &= 6 \cdot I_{s1} - 2; J11 = 6 \cdot I_{s1} - 1; J12 = 6 \cdot I_{s1} \\
JM &= 6 \cdot n + 1;
\end{aligned} \tag{9}$$

Множествата:

{**базов**}<sub>кол.</sub> = {IJ1, IJ2, IJ3, IJ4, IJ5, IJ6, IJ7, IJ8, IJ9, IJ10, IJ11, IJ12, IJM} и

{**колонен**}<sub>кол.</sub> = {J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9, J10, J11, J12, JM} еднозначно позволяват

да се възстанови съкратения запис на уравненията за компланарност, записани в Таблица 2 при определяне участието на коефициентите в образуване на нормалната система.

J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9, IJ10, IJ11, IJ12, JM показват пред кое неизвестно са прочетените от таблица 2 коефициенти (JM е мястото на свободния член) от дадено уравнение, при съответните им базови адреси (IJ1, IJ2, IJ3, IJ4, IJ5, IJ6, IJ7, IJ8, IJ9, J10, J11, J12, IJM)

Множествата на {**базов**} и {**колонен**} адрес са функции на индексите  $I_s$ ,  $I_t$  и  $I_{s1}$ , записани в таблици 1,2 като I1, I2 и I3 в полетата 'Nr'. В Таблица 1 (записа на уравнението за колинеарност) е необходимо наличието на полето 'F', чието съдържание има две състояния (F/G), съответстващи на геодезическа или новоопределяема точка. Наличието му се обуславя от обстоятелството, че условието за колинеарност, генерира различен брой коефициенти в уравненията на поправките, ако точката е геодезическа (състояние 'G') или новоопределяема (състояние 'F'). Полетата 'Key' са нужни както за организиране на бъдещи логически връзки между данните, така и за запис на служебна информация (брой на уравненията, брой на снимките, брой на новоопределяемите точки и т.н.) Необходимостта от полетата 'P' е продиктувана от факта, че съгласно [1],[4] при съвместна обработка на двата вида уравнения по МНМК, те трябва да влязат в изравнението с различна тежест. Обикновено се работи с нормирани поправки (виж [3]) и чрез подходящ избор на съотношения на тежестите [4], двете условия съвместно участват при построяване на аналитичния модел. Ползването на



релационните таблици 2 и 3 за съкратено записване на коефициентите в уравненията за колинеарност и компланарност предоставя богати възможности за едно последващо използване при организиране на данните в една релационна база.

### Литература:

[1] **ЛОБАНОВ, А.Н.** Фотограметрия, НЕДРА ,1984

[2]- **Куштин, И.Ф, Бруевич, П.Н, Лысков, Г.А,** Справочник техника-фотограметриста, НЕДРА,1988.

[3]- **Златанов, Г.,** Електронно изчислителна техника в геодезията, ТЕХНИКА-1979.

[4]- **Иванов, Ив.Ст,** Допълнителни уравнения на поправките при аналитичната блокова фототриангулация, Геодезия, Картография, Земеустройство”,кн.4, 1983.

[5] **Малджански Пл.,** Използване на релационна база от данни при фотограметрични построения , ГЕОДЕЗИЯ, КАРТОГРАФИЯ, ЗЕМЕУСТРОЙСТВО, брой 5/6.,ГЕО ПРЕС, 1996.

[6] **Малджански Пл.,** Използване на релационна база от данни при фотограметрични построения , Годишник на УАСГ -1996г., свитък III, том XXXVIII.