ЯВЛЕНИЯ НА ПРЕНОС.

ДЪЛЖИНА НА СВОБОДЕН ПРОБЕГ.
УРАВНЕНИЕ НА ДИФУЗИЯ, ТОПЛОПРОВОДНОСТ, ЕЛЕКТРОПРОВОДНОСТ И ВЪТРЕШНО ТРИЕНЕ.

I. ЯВЛЕНИЯ НА ПРЕНОС

1.Основни положения:

а/ Обекта на нашите изследвания ще бъдат ТДС, които *не са в равновесно състояние.* Такива системи оставени сами на себе си релаксират спонтанно към равновесие увеличавайки своята ентропия (хаос). По същество това са спонтанни необратими процеси. В такива системи наблюдаваме макродвижения и потоци в системите. Това се потоци на топлина, маса, количество заряд и импулс т.е. наблюдава се поток на дадена величина характеризираща системата.

б/ Определение за поток: Това е количеството от дадена величина K, която за единица време протича през дадено сечение (повърхност) в ТДС (dK/dt). Потока е скаларна величина и нейния знак се определя от нейното движение спрямо нормалата към дадена повърхност.

в/ Определение на плътност на потока j_K: Това е количеството на от дадена величина която за единица време преминава през единица площ j_k=(dK/dtdS). В общия случай тя е векторна величина.

г/ Условия за поток на дадена величина: За да възникне поток на дадена величина е необходимо в ТДС да е възникнала нееднородност на друга величина f в пространствено отношение. Тази нееднородност се дефинира с df/dx - което наричаме градиент на скаларната величина f. (Тук за простота сме предположили, че възникналата нееднородност е само по x, но това няма да наруши общността на нашите разглеждания.

Явленията, които удовлетворяват горните условия наричаме ЯВЛЕНИЯ НА ПРЕНОС, а частта от физиката която изследва тези въпроси КИНЕТИКА

Наблюдаваните явления на пренос в газовете са: Пренос на топлина, Пренос на маса, Пренос на количество заряд, Пренос на импулс.

2.Общ вид на уравнението на пренос в газове:

$$dK = -\alpha \frac{df}{dx} dSdt \qquad j_k = -\alpha \frac{df}{dx}$$

Това е експериментално установен закон: В случай на Пренос на топлина, Пренос на маса, Пренос на количество заряд, Пренос на импулс уравнението придобива вида.

$$dM = -D \frac{d\rho}{dx} dSdt - Закон\_на\_Фик \qquad dj_M = -D \frac{d\rho}{dx}$$

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dSdt - Закон\_на\_Фурие \qquad dj_Q = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

$$dq = -\sigma \frac{d\varphi}{dx} dSdt - Закон\_на\_Ом \qquad dj_q = -\sigma \frac{d\varphi}{dx}$$

$$dp = -\eta \frac{dv}{dx} dSdt - Закон\_на\_Нютон \qquad dj_p = -\eta \frac{dv}{dx}$$

D - коефициент на дифузия [m^2s^{-1}], λ - коефициент на топлопроводност [W/m.K], σ - коефициент на електропроводимост [Si/m], η - вискозитет [kg/m.s].

Всички тези коефициенти зависят от микростроежа на ТДС т.е. от градивните частици и взаимодействията между тях (количествено те се оказват че зависят от величини като среден свободен пробег на частиците, средна скорост на частиците, концентрация на градивните частици и т.нат.

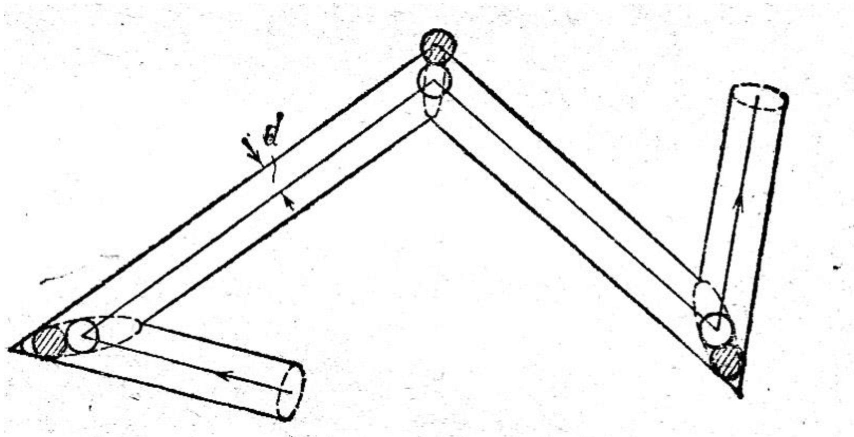
3. Среден свободен пробег <λ>: Частиците в газа извършват т.нар. хаотично Брауново движение. При това движение те изминават разстояния много по-големи от техните размери. Ако пренебрегнем взаимодействията между тях те могат да се представят като сфери с радиус r. Те се движат с постоянна скорост по големина и посока докато не си взаимодействат с други частици или стените на съда. При тези удари става обмен на енергия между тях, при което се променя и големината и посоката на скоростта на частицата. Движат се по начупена траектория. Под среден свободен пробег ние разбираме СРЕДНОТО РАЗСТОЯНИЕ, КОЕТО МИНАВА ЧАСТИЦАТА МЕЖДУ ДВА ПОСЛЕДОВАТЕЛНИ УДАРА. Как се измерва: за даден интервал от време отчитаме разстоянието, което изминава частицата и броя на ударите, които е извършила. После делим разстоянието на броя на ударите.

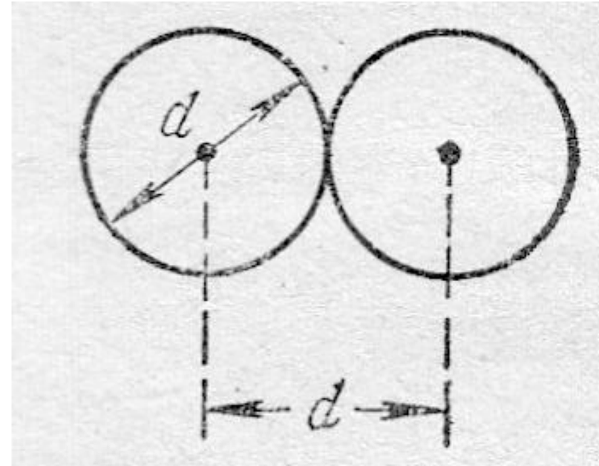
4. Средна честота на ударите <z>: Това е броя на ударите които частицата извършва за една секунда. Ако с $<\tau>$ означим средното време между два последователни удара имаме следната връзка:

$$<z>=\frac{1}{<\tau>}=\frac{<v>}{<\lambda>}$$

където <v> - средна скорост на частиците.

5. Микроскопично ефективно сечение на взаимодействие σ:





Очевидно, че две частици от средата за да извършат удар помежду си е необходимо те да се намират на разстояния от центровете си по-малко от удвоения радиус 2r. Нека си мислим, че всички частици са неподвижни с изключение на една. Нека около нея ние очертаем кръг перпендикулярен на посоката на движение с център центъра на частицата и радиус равен на диаметъра на частицата d. Така при своето движение частицата ще обмита обем във формата на цилиндър с лице на основата πd^2. Всички частици, чиито центрове попадат в този цилиндър ще търпят удари с нашата частица и тя всеки път ще сменя посоката на своето движение и ще се получи един начупен цилиндър. Величината $\sigma = \pi d^2$ се нарича микроскопично ефективно сечение на взаимодействие. Ако частиците не са идентични, а с размер r_1 и r_2 трябва да се въведат три ефективни сечения на взаимодействия между идентични и неидентични частици:

$$\sigma_{11} = \pi d_1^2; \sigma_{22} = \pi d_2^2; \sigma_{12} = \sigma_{21} = \pi (r_1 + r_2)$$

6. **Връзка между среден свободен пробег и ефективно сечение на взаимодействие. $<\lambda>$ ще определим от израза:**

$$<\lambda>=\frac{<v>}{<z>}$$

За една секунда нашата частица обмита цилиндър с образуваща средната скорост $<v>$. Тогава всички частици които се намират в обема на този цилиндър ще претърпят удари. Умножавайки този обем по концентрацията n на частиците в ТДС ще имаме:

$$<z>=<v>n\pi d^2$$

Замествайки получаваме:

$$<\lambda>=\frac{1}{n\pi d^2}=\frac{1}{n\sigma}$$

ИЗВОДИ: 1. λ при фиксирана температура е обратно пропорционално от налягането, защото $p=nk_BT$

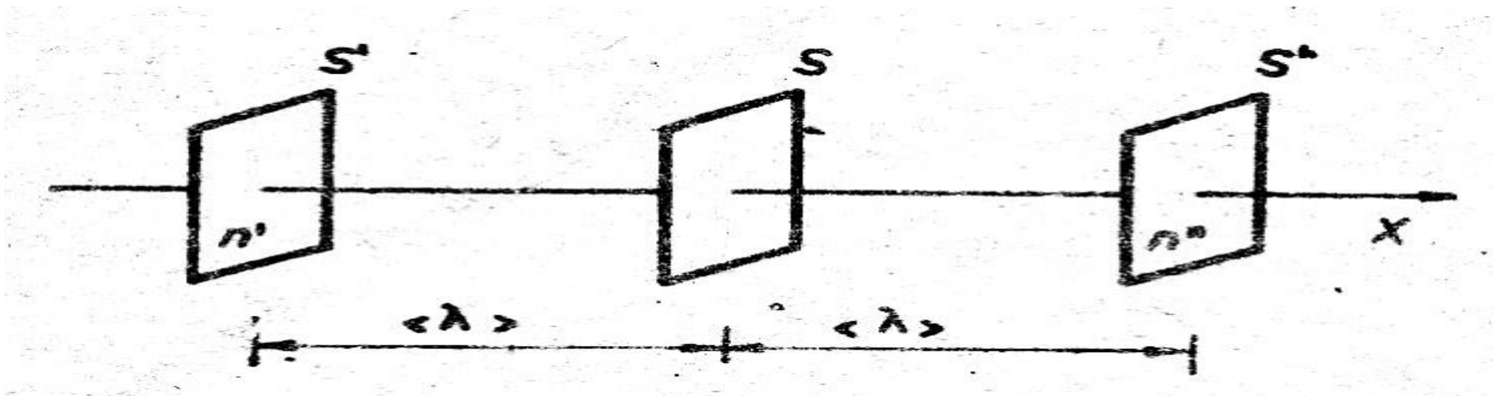
2. При такава постановка на задачата σ не зависи от относителната скорост (ако отчитаме, че между частиците има сили на привличане и отблъскване това не е вярно) т.е. можем да запишем $n<\lambda>=const$

$r=10^{-10}m$; $<\lambda>=10^{-7}m$; $<z>=10^{9}s^{-1}$; $\sigma=10^{-20}m^2$.

II. КОЕФИЦИЕНТИ НА ДИФУЗИЯ, ТОПЛОПРОВОДНОСТ И ВИСКОЗИТЕТ

1. Коефициент на дифузия D:

а/ Постановка на задачата: Разглеждаме дифузия в газове. Разглеждаме най-простия случай на самодифузия, която се дължи на възникнала нееднородност в концентрацията по оста Ох т.е. n = n (x)



б/ Решение: Ако с n' и n" означим концентрацията на частиците на газа в мястото на равнините S' и S". Разстоянието между успоредните равнини S, S' и S" е равно на <λ>. Така при движението на частиците от S' и S" през S няма да имаме разсейване на частиците поради удари и всички ще преминат през S. Тогава броя на частиците, които ще преминат през S в посока на Ох е:

$$dN_1 = \frac{1}{6} n' < v > dSdt$$

Аналогично за броя на частиците преминали през S в посока обратна на Ox е

$$dN_2 = \frac{1}{6} n'' < v > dSdt$$

За определеност да смятаме n'>n" тогава $dN_1 > dN_2$.

Резултантния брой частици преминали през dS за време dt е:

$$dN = dN_1 - dN_2 = \frac{1}{6}(n' - n'') < v > dSdt$$

От теоремата за средните стойности имаме:

$$n' - n'' = -\frac{dn}{dx} 2 < \lambda >$$

Замествайки имаме:

$$dN = -\frac{1}{3} < v >< \lambda > \frac{dn}{dx} dSdt$$

Ако умножим двете страни на уравнението на масата m на една частица и като се вземе под внимание че: mdN = dM а mn = ρ имаме:

$$dM = -\frac{1}{3} < v >< \lambda > \frac{d\rho}{dx} dSdt$$

За коефицента на дифузия имаме:

$$D = \frac{1}{3} < v >< \lambda >$$

в/ изводи:

1/ Имайки пред вид че $<\lambda>=1/n\sigma$ и $<v>\sim(T/m)^{1/2}$ за D ще запишем:

$$D \approx \frac{1}{n\sigma}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

2/ При постоянна температура D е обратно пропорционално на n, а от уравнението за състоянието на идеалния газ име $p=nk_BT$ т.е $n\sim p$.

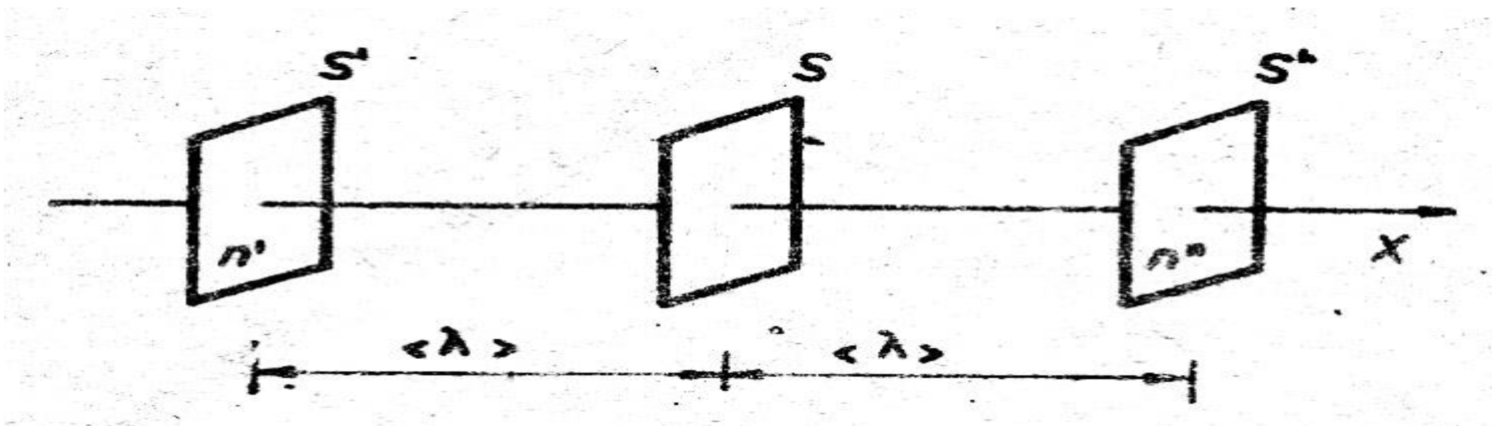
$$D \approx \frac{1}{p}$$

3/ С нарастване на температурата D расте като $(T)^{1/2}$

4/ Като се има пред вид че ние може да пресметнем $<v>$ и измерим експериментално D можем да определим $<\lambda>\rightarrow\sigma\rightarrow d$.

2. **Коефицент на топлопроводност.**

а/ Постановка на задачата: Ще смятаме, че температурите T_1 и T_2 в местата на площите S_1 и S_2 се поддържат постоянни и за определеност ще смятаме че $T_1 > T_2$. Тогава през площта S ще има поток на топлина като ще смятаме, че сме в стационарен режим и няма пренос на частици през S т.е. $n' = n''$.
Тогава: $dN_1 = dN_2 = (1/6)n<v>dSdt$



б/ Решение: От двете страни на S ще имаме разлика в средните стойности на кинетичната енергия на частиците изразена като$(i/2)k_B T$. Тогава dQ ще е разликата в кинетичната енергия от двете страни на S.

$$dQ = \frac{1}{6} n \frac{i}{2} k_B (T_1 - T_2) < v > dSdT$$

От теоремата за средните стойности имаме

$$T_1 - T_2 = -\frac{dT}{dx} 2 < \lambda >$$

Окончателно за уравнението на топлопроводност имаме:

$$dQ = \frac{1}{6} n \frac{i}{2} k_B \frac{dT}{dx} 2 < \lambda >< v > dSdT$$

Тогава за коефицента на топлопроводност имаме:

$$\boxed{\chi = \frac{1}{6} ink_B < \lambda >< v >}$$

Обаче:

$$\frac{1}{6} ink_B = \frac{1}{6} i \frac{N}{V} \frac{N_A}{N_A} k_B = \frac{1}{3} (\frac{i}{2} R) \frac{m}{V} \frac{1}{\mu} = \frac{1}{3} \frac{C_V}{\mu} \rho = \frac{1}{3} c_V \rho$$

Окончателно имаме:

$$\chi = \frac{1}{3} c_V \rho < \lambda >< v >$$

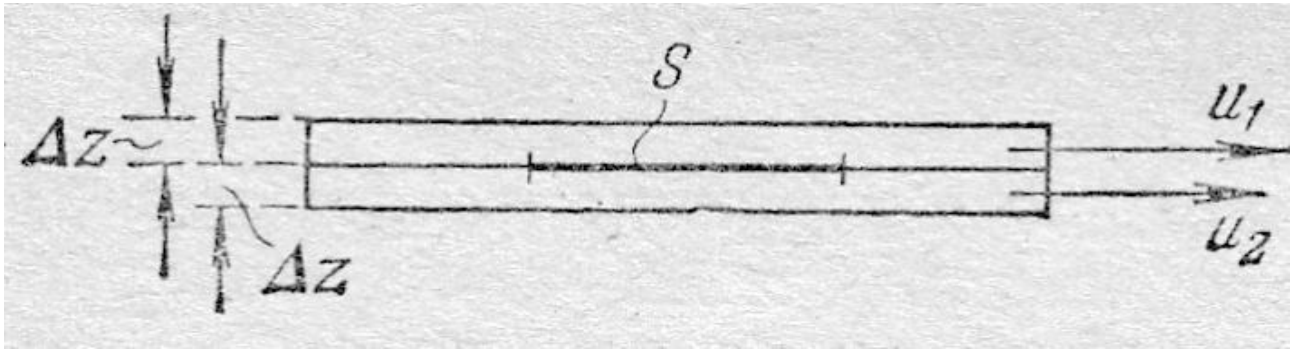
в/ Изводи:

1/ В случая на идеален газ ефективното сечение на взаимодействие не зависи от скоростта и тогава n<λ> = const коефициента на топлопроводност не зависи от налягането p

2/ коефициента на топлопроводност зависи като корен квадратен от температурата т.е.

$$\chi \approx \sqrt{\frac{T}{m}}$$

3. Вискозитет η. Величина която характеризира вътрешното триене при флуидите. За идеален газ за вискозитета намираме следния израз:



$$\eta = \frac{1}{3}\rho < \lambda >< v >$$

Както и при коефициента на топлопроводност η не зависи от налягането а зависимостта от температура е като корен квадратен.

4. Връзка между коефициентите D, χ, η.

$$\eta = \frac{1}{3}\rho D$$

$$\chi = \frac{1}{3}c_V \rho D = c_V \eta$$