

**ТОПЛОПРОВОДНОСТ.
УРАВНЕНИЕ НА
ТОПЛОПРОВОДНОСТТА.
СТАЦИОНЕРЕН РЕЖИМ.
ТОПЛОПРОВОДНОСТ НА
ЕДНОСЛОЙНА И
МНОГОСЛОЙНА СТЕНА.**

I.ТОПЛОПРОВОДНОСТ

Пренос на топлина в дадена среда се осъществява когато в средата има температурна нееднородност (температурен градиент) .

1.Начини на пренос на топлина:

а/ топлопроводимост- наблюдава се във всички ТДС независимо от агрегатното състояния. От гледна точка на молекулно-кинетичната теория основния механизъм на топлопроводимостта е ударите между частиците. При ударите частиците с по-голяма кинетична енергия предават част от нея на частиците с по-ниска стойност на кинетичната си енергия. Тези частици могат да са йони, електрони, атоми, молекули.

б/ конвекция (конвективен пренос на топлина) - наблюдава се само при флуидите. При нея макроскопични движения на обеми от флуида пренасят топлина.

в/ топлинно излъчване (радиационен пренос на топлина) - най-универсалния начин на предаване на топлина. Дължи се на предаване на вътрешна енергия посредством електромагнитни вълни, които се излъчват или поглъщат. Радиационен пренос на топлина може да става и във вакуум.

2. Теплопроводност: **Предаване на количество топлина от по-нагreti към по-студени части в една ТДС.**

3. Поток на топлина: **Количеството топлина предавано за единица време през произволна повърхност наричаме поток на топлина. Бележи се с Q [J].**

4. **Плътност на топлинния поток** : **Потока топлина преминал за единица време през единица повърхност наричаме плътност на топлинния поток.**

$$q = \frac{dQ}{dtS} \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

5. **Закон на Фурие**: Определя експериментално връзката между q и температурната нееднородност в средата посредством градиента на температурата.

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

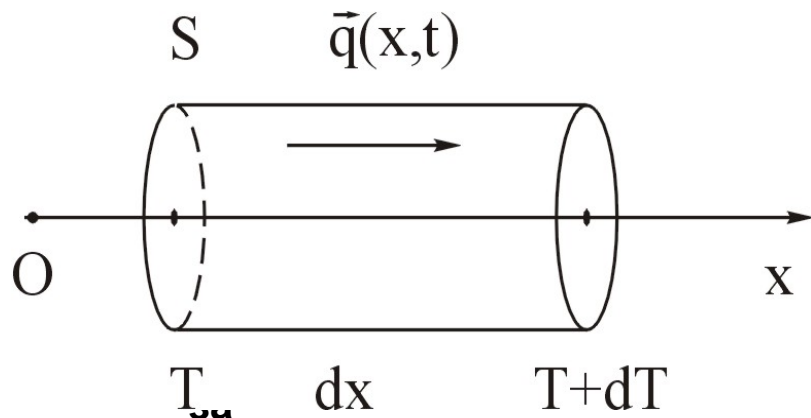
6. **Специфична топлемкост**: Това е количеството топлина която ТДС с маса единица трябва на обмени с околната среда за да промени температурата си с един келвин.

$$dQ = cmdT$$

Характеризира топлемкостта на дадена среда т.е. способността на средата да поглъща и отдава количество топлина. Зависи от големина на системата, какъв процес извършва ТДС.

II. Уравнение на топлопроводността

1. Постановка на задачата: Разглеждаме диференциално малък обем от дадена среда, в която се наблюдава температурна нееднородност.



Потока топлина преминал през този елемент :

$$dQ = [q(x) - q(x + dx)]Sdt$$

$$dQ = -\frac{dq}{dx} Sdxdt$$

Ако с m означим масата на този елемент dQ можем да запишем:

$$dQ = cm[(T + dT) - T] = c\rho SdxdT$$

Така получаваме:

$$\frac{dq}{dx} = -c\rho \frac{dT}{dt}$$

Диференцирайки закона на Фурие по координата x имаме:

$$\frac{dq}{dx} = -\lambda \frac{d^2T}{dx^2}$$

Приравнявайки десните страни имаме:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

УРАВНЕНИЕ НА ФИК ЗА ТОПЛОПРОВОДНОСТТА

$\chi = (\lambda/c\rho)$ - наричаме топлопроводимост, а $1/\chi = (c\rho/\lambda)$ - температуросъпротивление

Решението на това уравнение задава какво е разпределението на температурата в средата $T=T(x,t)$. Ако познаваме това уравнение в явен вид и коефициента на топлопроводност можем да намерим плътността на топлинния поток.

За решаване на това уравнение трябва да знаем началните условия $T_{t=0}=f(x)$ и граничните условия $T_x=\varphi(t)$ т.е как се променя с времето температурата на границата на средата за да получим еднозначно решение.

2. Видове задачи за топлопроводност:

а/ стационарни- при тях температурата в различни точки от средата не зависи от времето т.е.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Тогава уравнението на Фик придобива вида:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

б/ нестационарни- При тях температурата в различни точки от средата зависи от времето:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \neq 0$$

III. СТАЦИОНАРЕН РЕЖИМ

1. Общо решение на уравнението на топлопроводността в стационарен режим:
В стационарен режим както отбелязахме уравнението на Фик има прост вид и след двукратно интегриране за общото решение на уравнението ще имаме:

$$T(x) = Ax + B$$

2. Хомогенна еднослойна стена: Нека имаме оградна стена с дебелина d като в двата края на стената се поддържат постоянни температури T_1 и $T_2 < T_1$. Интересуваме се какво е разпределението на температурата вътре в средата. Нека зададем граничните условия:

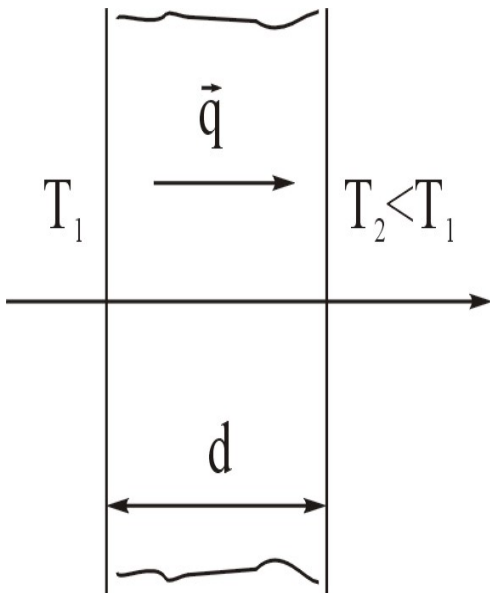
$$T(x = 0) = T_1 \rightarrow B = T_1$$

$$T(x = d) = T_2 \rightarrow A = -\frac{T_1 - T_2}{d}$$

Решението има вида:

$$T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{d} x$$

т.е. от ляво на дясно температурата намалява по линеен закон



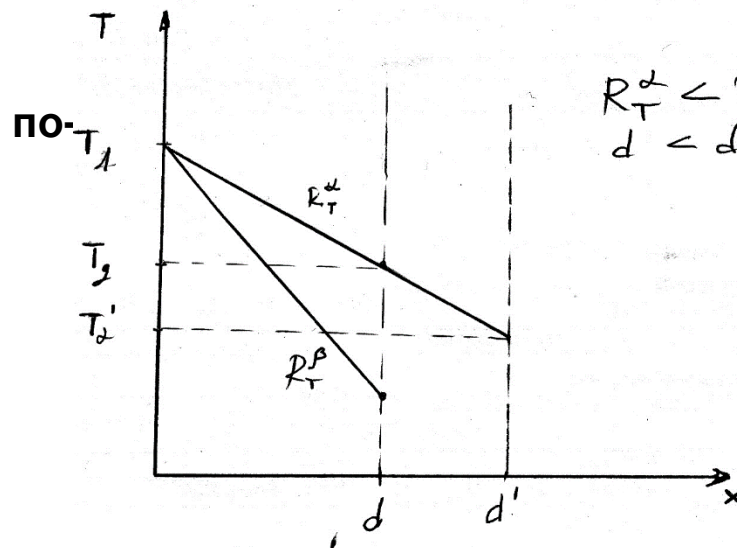
а/ топлинно съпротивление: Ако уравнението за температурата диференцираме по координатата и заместим в уравнението на Фурие за плътността на топлинния поток ще имаме:

$$q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{d} = \frac{T_1 - T_2}{R_T}$$

R_T наричаме топлосъпротивление

$$R_T = \frac{d}{\lambda}$$

Характеризира изолационните свойства на средата: колкото по-дебела е една стена и колкото по-малка стойност има коефициента и на топлопроводност толкова по-добри са изолационните свойства на стената:

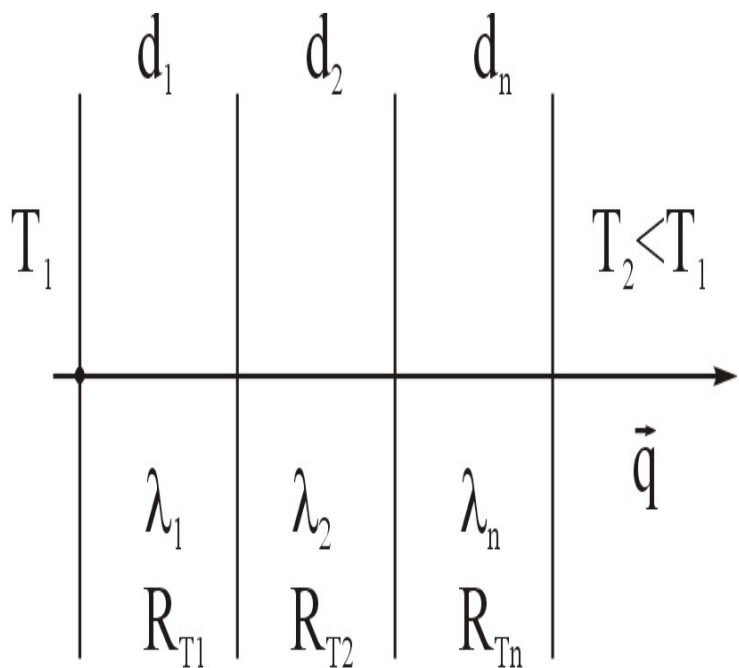


Колкото по голяма е стойността на R_T при зададена дебелина на оградната стена т.е. колкото λ е голямо толкова наклона на кривата е по-голям.

3. Хомогенна многослойна стена която се състои от n-слоя: Нека d_i , λ_i и R_{Ti} означим дебелината, коефициента на топлопроводност и топлинното съпротивление на i -тия слой. На границата на два слоя възниква т.нар КОНТАКТНО ТЕРМИЧНО СЪПРОТИВЛЕНИЕ обусловено от непълното прилепване на повърхностите. Него ще означаваме така $R_{i,i+1}$, това е контактното съпротивление между i -тия и j -тия слой. Топлинния поток през контакта се дефинира така:

$$q = \frac{T_i - T_{i+1}}{R_{i,i+1}}$$

При стационарен режим плътността на топлинния поток е една и съща q :



$$q = \frac{\lambda_1}{d_1} (T_1 - T'_1) \rightarrow T_1 - T'_1 = q \frac{d_1}{\lambda_1} = qR_{T1}$$

$$q = \frac{\lambda_2}{d_2} (T'_1 - T'_2) \rightarrow T'_1 - T'_2 = q \frac{d_2}{\lambda_2} = qR_{T2}$$

$$q = \frac{\lambda_3}{d_3} (T'_2 - T'_3) \rightarrow T'_2 - T'_3 = q \frac{d_3}{\lambda_3} = qR_{T3}$$

.....

$$q = \frac{\lambda_n}{d_n} (T'_n - T_2) \rightarrow T'_n - T_2 = q \frac{d_n}{\lambda_n} = qR_{Tn}$$

Като сумираме почленно десните уравнение имаме:

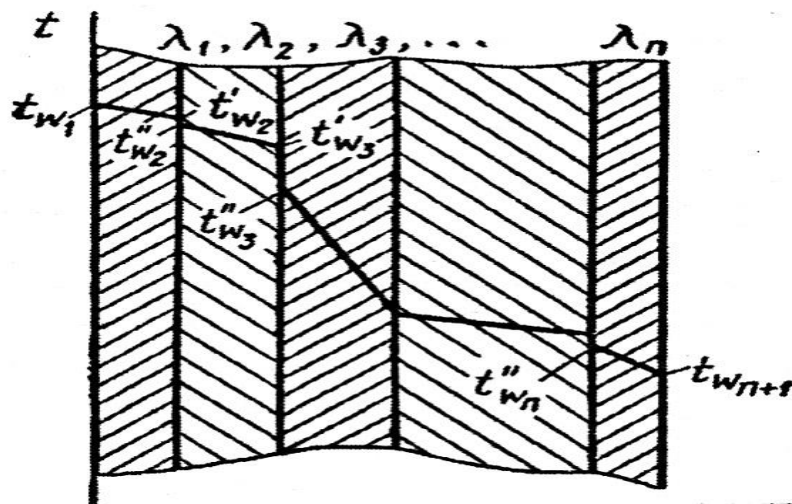
$$T_1 - T_2 = q \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i} = q \sum_{i=1}^n R_{Ti}$$

Т.е общото топлосъпротивление на многослойната стена е просто сума от съпротивленията на отделните слоеве :

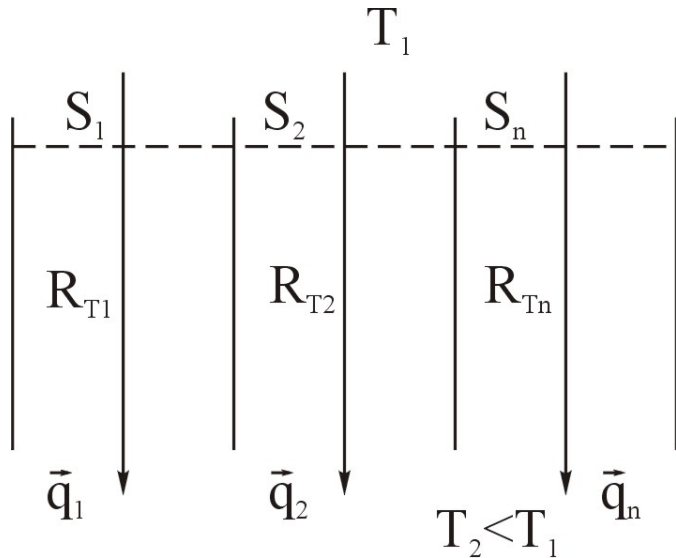
$$R_T = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i} = \sum_{i=1}^n R_{Ti}$$

Ако отчитаме и контактното съпротивление имаме:

$$R_T = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^{n-1} R_{i,i+1} = \sum_{i=1}^n R_{Ti} + \sum_{i=1}^{n-1} R_{i,i+1}$$



Ако стената е многослойна успоредно на потока на топлина имаме: Нека S_i е площта на всеки слой, а S -сумарната площ на стената $S = \sum_{i=1}^n S_i$



Потока на топлина през стената е:

$$Q = Sq = S \frac{(T_1 - T_2)}{R_T}$$

Потока на топлина през i -тия слой е:

$$Q_i = S_i q_i = S_i \frac{(T_1 - T_2)}{R_{Ti}}$$

Като сумираме топлинните потоци през всичките слоеве имаме:

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{i=1}^n S_i q_i = (T_1 - T_2) \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{Ti}} = (T_1 - T_2) \frac{S}{R_T}$$

За резултантното топлосъпротивление получаваме:

$$\frac{1}{R_T} = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{S} \frac{1}{R_{Ti}}$$