

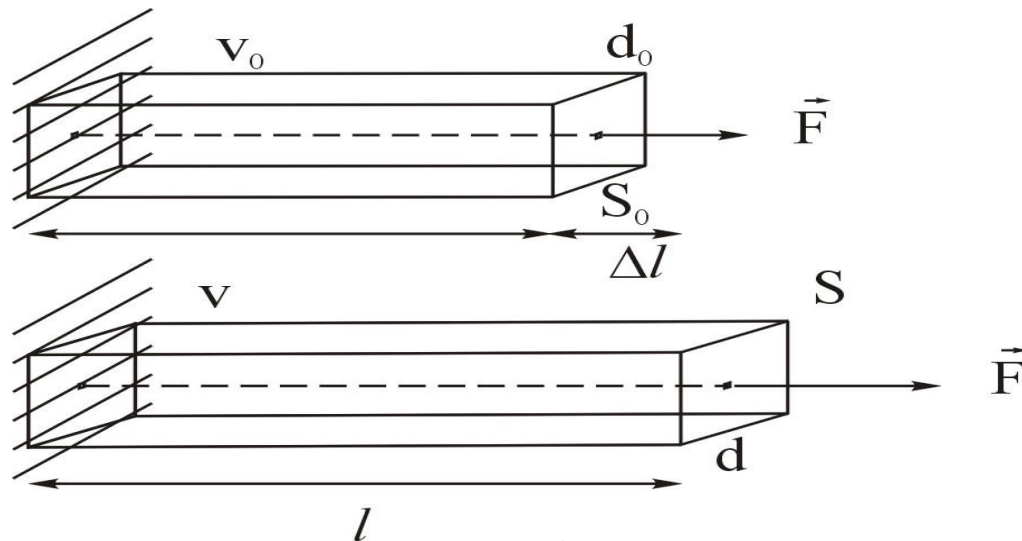
**ДЕФОРМАЦИЯ.
ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ВИДОВЕ.
ЕЛАСТИЧНА ДЕФОРМАЦИЯ
НА ОПЪН И ХЛЪЗГАНЕ.
ЕНЕРГИЯ НА ЕЛАСТИЧНАТА
ДЕФОРМАЦИЯ.
УСУКВАНЕ И ОГЪВАНЕ.**

I. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ВИДОВЕ ДЕФОРМАЦИЯ

1. **Определение:** Всяко изменение на формата и размерите на едно тяло под действие на външни сили наричаме деформация.
2. **Видове сили действащи върху едно тяло:**
 - а/ **точкови сили** - локални сили действащи върху отделни частици на тялото и не довеждат до промяна на формата и размерите тялото.
 - б/ **Обемни сили** - действащи върху всяка частица от тялото по един и същ начин и водещи до преместване на тялото като цяло. Пример силата на тежестта.
 - в/ **повърхнинни сили** - действат върху тялото посредством повърхността му. Под тяхно влияние тялото се деформира при което се нарушава взаимното разположение на частиците изграждащи тялото което довежда до промяна на обема и формата. Действието на повърхнинните сили нарушава равновесното състояние на тялото като го деформира. Като реакция на деформацията в тялото възниква механично напрежение което уравнива действието на повърхнинните сили. Механичното напрежение характеризира външното въздействие, а деформацията описва реакцията на средата.
3. **Видове деформации:**
 - а/ **еластична деформация** - след премахване на външните сили тялото възстановява формата и размерите си.
 - б/ **пластична деформация** – след премахване на силите тялото се променя формата и размерите.

II. ЕЛАСТИЧНА ДЕФОРМАЦИЯ НА ОПЪН И НАТИСК

1. Постановка на задачата: Да разгледаме твърдо тяло с форма на пръчка с начална дължина l_0 и площ на напречното сечение S_0 , което представлява квадрат със страна с начална дължина d_0 . Нека тялото е закрепено неподвижно в единия си край, а в другия му край да му действа външна сила на опън (натиск), перпендикулярна на сечението S_0 .



a/ Изменение на надлъжния размер $\Delta l = l - l_0$ абсолютно удължение

б/ Определения за деформация: **Относителното изменение на размера на тялото наричаме деформация:**

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Експериментално е установено следната зависимост на относителното удължение от причината която ги създава - силата на опън отнесена към площта върху която действа:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \frac{F}{S}$$

α - коефициент на надлъжна еластичност

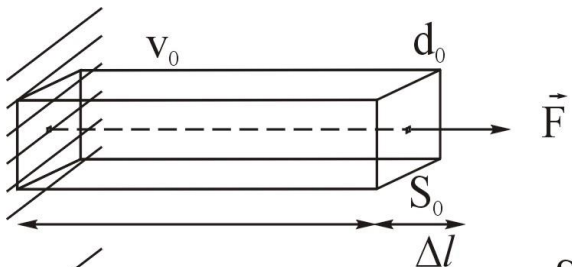
$$\sigma = \frac{F}{S} \text{ — тензор на механичното напрежение} \quad l = l_0(1 + \alpha\sigma)$$

$$E = \frac{l}{\alpha} \left[\frac{N}{m^2} \right] \text{ — първи модул на еластичност, или модул на Юнг}$$

$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow \sigma_{ij} = \sum_{k,l} E_{ijkl} \varepsilon_{lk}$$

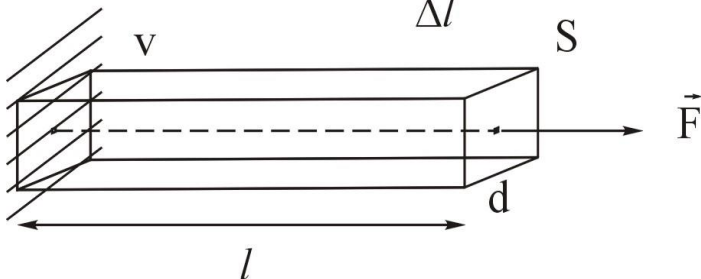
Това е основното уравнение описващо една еластична деформация

в/ Промяна на напречните размери



$$\frac{\Delta d}{d_0} = \beta \frac{F}{S} \quad d = d_0(1 - \beta\sigma)$$

β - коефициент на напречна еластичност

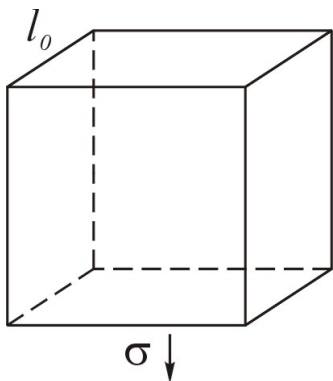


$$\frac{\Delta d}{d_0} = \frac{\beta}{\alpha} = \mu \quad \text{коефициент на Поасон}$$

$$d = d_0(1 - \mu\alpha\sigma)$$

г/ Объемна деформация при прилагане на едностранно нормално опъване.

Разглеждаме куб с размер l_0



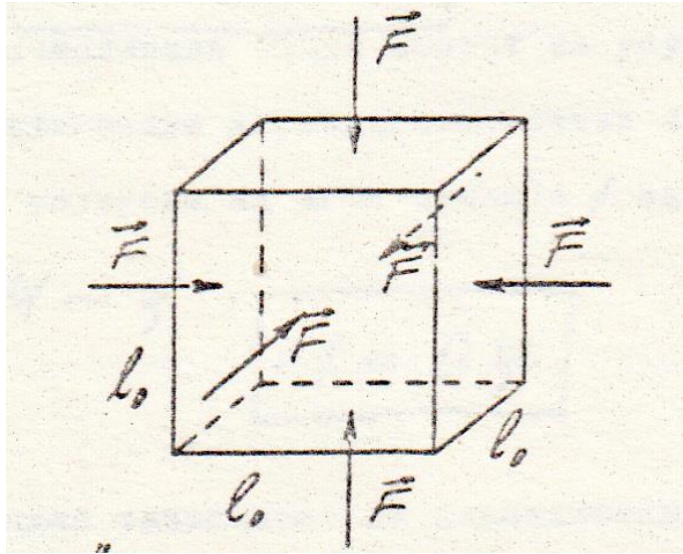
$$V = l_0^3(1 + \alpha\sigma)(1 - \alpha\mu\sigma)^2 =$$

$$= l_0^3(1 + \alpha\sigma)(1 - 2\alpha\mu\sigma) = l_0^3[1 + (1 - 2\mu)\alpha\sigma]$$

$$\Delta V = V - V_0 = l_0^3(1 - 2\mu)\alpha\sigma$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = (1 - 2\mu)\alpha\sigma = \frac{\sigma}{C'} \quad C' = \frac{1}{(1 - 2\mu)\alpha} = \frac{E}{(1 - 2\mu)}$$

д/ обемна еластична деформация при всестранно опъване или свиване



$$l' = l_0(1 + \alpha\sigma)$$

$$l'' = l'(1 - \mu\alpha\sigma)$$

$$l''' = l''(1 - \mu\alpha\sigma)$$

$$l'''' = l_0(1 + \alpha\sigma)(1 - \mu\alpha\sigma)^2$$

$$l'''' = l_0(1 + \alpha(1 - 2\mu)\sigma)$$

$$V = V_0(1 + \alpha(1 - 2\mu)\sigma)^3 \approx V_0[1 + 3\alpha(1 - 2\mu)\sigma]$$

Тогава
$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{1}{C''}\sigma$$

Където:
$$C'' = \frac{E}{3(1 - 2\mu)} = \frac{C'}{3}$$
 модул на еластичност при всестранна

обемна деформация

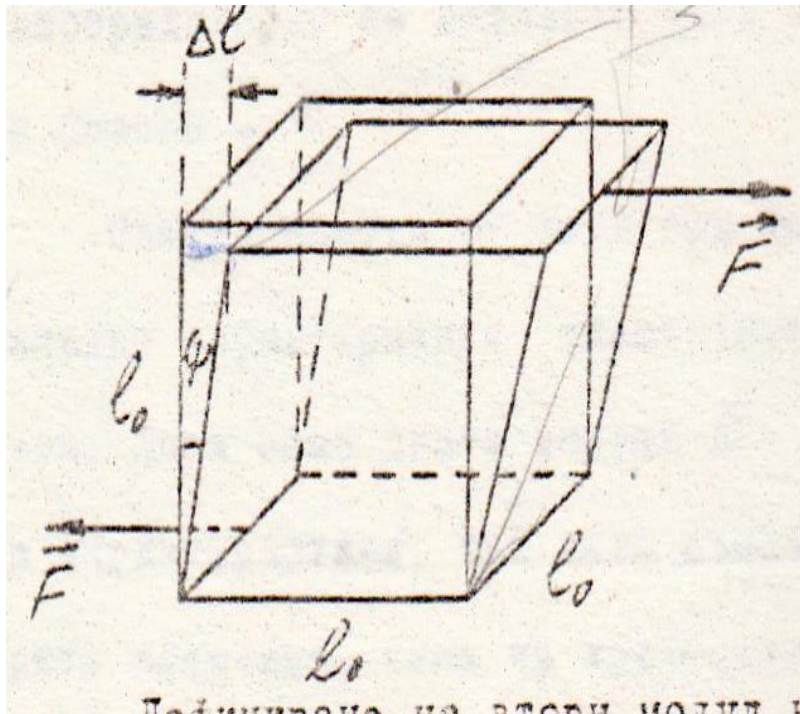
От изискването C' и C'' да се положителни и реални числа определяме интервала от референтни стойности за коефициента на Поасон

$$0 \leq \mu < 0.5$$

Експеримента дава за коефициента на Поасон: $\mu \in [0,2 - 0,4]$

III. ЕЛАСТИЧНА ДЕФОРМАЦИЯ НА ХЛЪЗГАНЕ.

1. Постановка на задачата: Нека долната основа на едно тяло с формата на паралелепипед е закрепена неподвижно. Когато на горната основа с площ S действа сила, успоредна на основата, тялото се деформира като отделните му слоеве се хлъзгат един спрямо друг. Затова тази еластична деформация се нарича още деформация при хлъзгане.



$$\frac{\Delta l}{l_0} = \operatorname{tg} \psi \approx \psi$$

$$\psi = \frac{1}{G} \sigma \rightarrow \sigma = G \psi$$

G — модул на еластичност при хлъзгане

Може да се докаже, че съществува следната следната връзка м/у E, G и μ

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad \frac{E}{3} \leq G \leq \frac{E}{2}$$

IV. ЕНЕРГИЯ НА ЕЛАСТИЧНА ДЕФОРМАЦИЯ

1. Постановка на задачата: Под действие на външна повърхнинна сила тялото се деформира. В следствие на деформацията в тялото възниква вътрешна сила която се противопоставя на външната (механично напрежение) Тази сила извършва работа срещу външната сила. Това води до изменение на енергията на тялото. Тази енергия наричаме ЕНЕРГИЯ НА ДЕФОРМАЦИЯ.

От основното уравнение на деформацията ние можем да запишем:

$$\frac{\Delta x}{l_0} = \frac{F}{ES} \rightarrow F = \frac{\Delta x SE}{l_0}$$

$$dA = F d(\Delta x) \rightarrow A = \int_0^{\Delta l} F \Delta x = \frac{SE}{l_0} \int_0^{\Delta l} \Delta x d(\Delta x)$$

$$E_{def} = A = \frac{SE(\Delta l)^2}{2l_0} = \frac{l_0 SE}{2} \left(\frac{\Delta l}{l_0}\right)^2 = \frac{EV_0}{2} \varepsilon^2$$

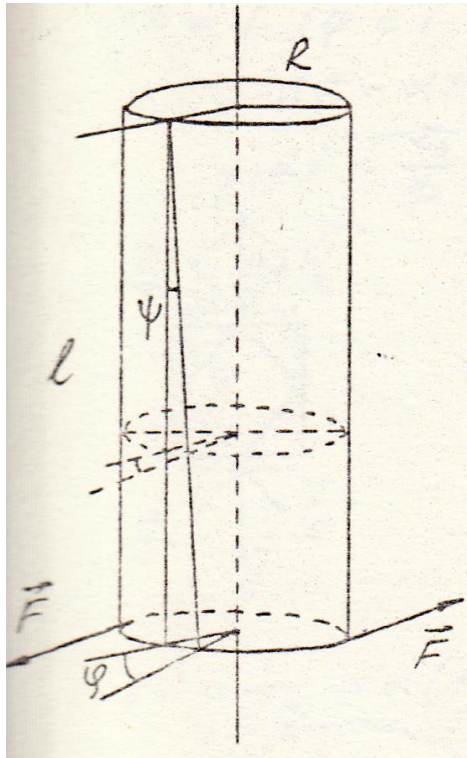
Ако отнесем деформацията към единица обем от тялото имаме:

$$W_{def} = \frac{E \varepsilon^2}{2} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

Деформациите на опън и хлъзгане са основни видове деформации, защото всяка произволна деформация на твърдо тяло може да се представи като тяхна сума.

V. УСУКВАНЕ (ТОРЗИЯ)

1. Постановка на задачата: Горната основа на цилиндрично тяло е закрепена неподвижно, а на долната му основа са приложени двойка сили. Под тяхно действие отделните слоеве в тялото ще се хлъзнат в хоризонтално направление на ъгъл ψ и ще се удължат във вертикално направление. Цилиндърът ще се усучи на ъгъл φ .



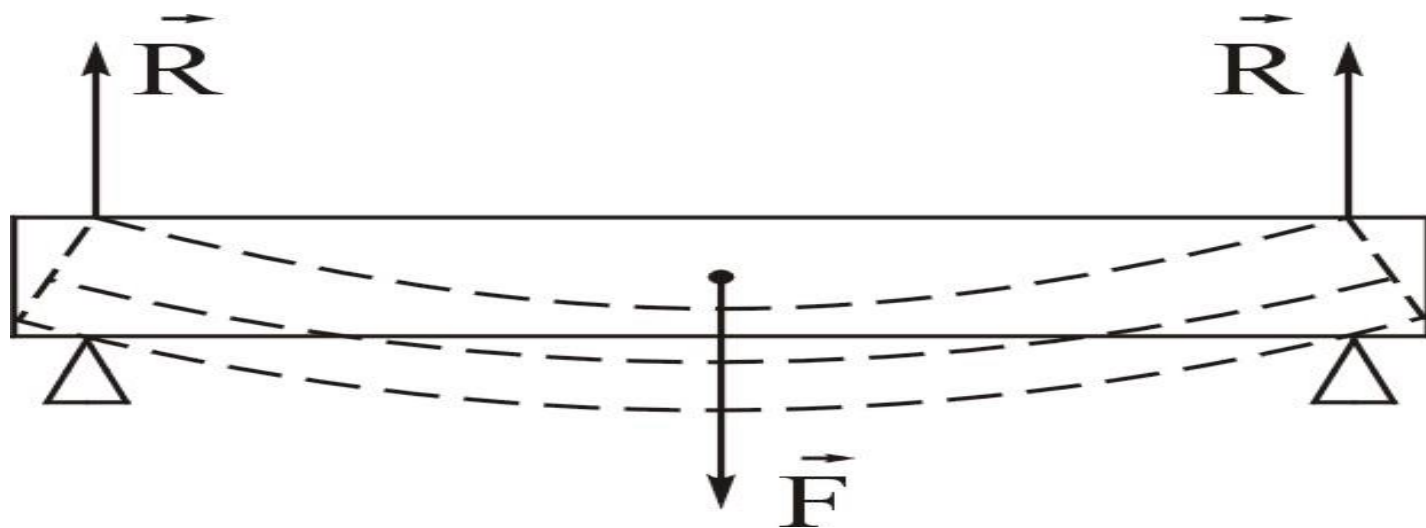
Тези двойка сили създават въртящ момент който е пропорционален ъгъла на завъртане на цилиндъра.

$$N = \frac{\pi GR^4}{2l} \varphi = D\varphi$$

D - дирекционен момент

VI. ОГЪВАНЕ

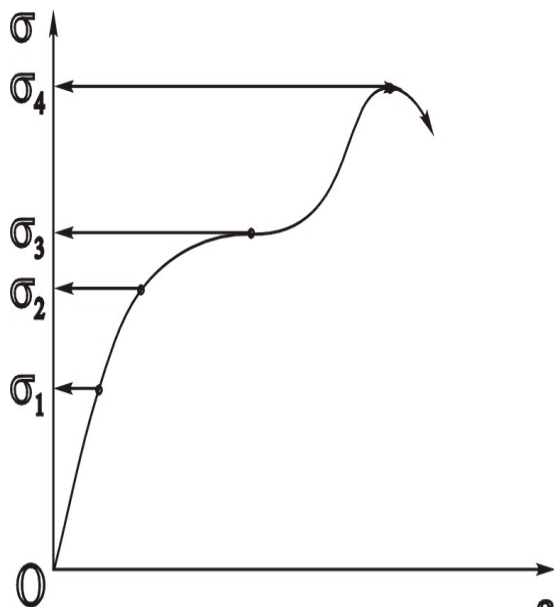
1. Постановка на задачата: Ако двата края на една пръчка са закрепени, а перпендикулярно на пръчката по средата ѝ действа сила на натиск, тя ще се огъне. При това отделните слоеве на тялото ще се хлъзнат във вертикално направление, а в хоризонтално ще се свият и разтегнат спрямо средната дължина на пръчката, която остава непроменена.



$$\varepsilon = \frac{Fl^3}{4Ebh^3}$$

VII. ДИАГРАМА НА ДЕФОРМАЦИЯТА

1. **Определение:** Изследване на зависимостта на механичното напрежение от деформацията $\sigma = \sigma(\varepsilon)$, която обикновено се представя графично се нарича **ДИАГРАМА НА ДЕФОРМАЦИЯТА**.



1/ $(0, \sigma_1)$ деформацията е еластична и линейна, т.е. е в сила законът на Хук. Стойността σ_1 се нарича граница на пропорционалност.

2/ (σ_1, σ_2) деформацията е все още еластична, но не е линейна – законът на Хук вече не е верен. σ_2 се нарича граница на еластичност.

3/ При $\sigma > \sigma_2$ деформацията става пластична.

4/ Стойността на напрежението σ_3 , при която деформацията се увеличава, без да се увеличава външното напрежение, се нарича граница на провлачване (изтегливост) на материала.

ε 4/ Стойността на външното напрежение σ_4 , при която материалът се разрушава, се нарича граница на разрушение.

2. Видове вещества:

а) Крехки тела. Такива са напр. чугунът, стъклото, някои твърди стомани и др. При тях σ_4 е близка до σ_2 (фиг.34.2а).

б) Пластични тела. Такива са напр. месинг, алуминий, мед, олово, високолегирани стомани и др. При тях σ_4 е близка до σ_3 и те имат широка област на пластичност (фиг.34.2 б).

в) Изтегливи тела. Такива са напр. цинк, меки нелегирани стомани и др. При тях $\sigma_4 \approx \sigma_3$ и разрушението настъпва в процеса на изтегляне на веществото