

**ИЗПОЛЗВАНЕ НА LBA-MNA МЕТОДИКА ПРИ ОПРЕДЕЛЯНЕ НА
НОСЕЩАТА СПОСОБНОСТ НА ЧЕРУПКИ, НАТОВАРЕНИ С
НАТИСКОВИ УСИЛИЯ**

Любомир Здравков¹

Университет по Архитектура, Строителство и Геодезия

**USE OF LBA-MNA METHODOLOGY FOR DETERMINATION OF
BEARING CAPACITY OF COMPRESSED SHELLS**

Lyubomir Zdravkov

University of Architecture, Civil Engineering and Geodesy

***Abstract:** Using GNIA or GMNIA in new, still unmade shells is related with a large scope, heavy and continuous calculations. Main difficulty is modeling of imperfections with correct values. Ordinary designers who are usually hard pressed by time and are not familiar with computing software, enabling full GNIA or GMNIA analysis of shells, require simplified procedures in which imperfections are not included. Such a procedure, called LBA-MNA, is presented here. It allows analysis of real shells, modelled as perfect structures.*

***Key words:** shell, compression, buckling, imperfections, LBA, MNA*

1. Въведение

При анализ на несъвършени черупки с отчитане на геометричната нелинейност при еластичен материал (GNIA) или при несъвършени черупки, с отчитане на геометричната и материална нелинейност (GMNIA), в изчислителния модел следва да бъдат въведени набор от несъвършенства. За съжаление последните могат да имат много форми и амплитуди, което превръща определянето на най-неблагоприятния им вид и размери в истинско предизвикателство [3]. Важно е несъвършенствата да бъдат реалистични, отчитайки начина на производство на стоманените черупки. Например настоящите формули за ръчно изчисляване са получени емпирично, след провеждане на множество лабораторни опити, чрез които е определена най - ниската носеща способност на черупката, преди тя да се изкоруби. Тъй като изледваните образци са произвеждани в лабораториите, тяхното качество, респективно - несъвършенства, е съвсем различно от пълноразмерните, реални черупки [4].

В общия случай несъвършенствата рязко снижават носещата способност на стоманените черупки, но понякога, при дълбоки несъвършенства, последните могат

¹ Любомир Здравков, доц. д-р инж., УАСГ, София 1046, бул. „Христо Смирненски“ №1, корпус «Б», ет. 7, каб. 733, e-mail: zdravkov_fce@uacg.bg

да доведат до увеличаване на устойчивостта на черупката. Като пример могат да бъдат посочени дълбоки несъвършенства, които предизвикват форми на загуба на устойчивост, обхващащи цялата дължина на черупката [2].

При стоманените черупки процесът за откриване кои са най-неблагоприятните несъвършенства в тях е допълнително затруднен поради множеството взаимно влияещи си форми на изкорубване, което води до различна чувствителност към геометричните несъвършенства. Например, много цилиндрични черупки са подложени на комплексно натоварване от осов (меридианен) натиск и пръстеновидно налягане. Несъвършенствата, даващи най-ниска носеща способност за осов натиск са съвсем различни от тези за пръстеновидно налягане. Първите са местни, докато 2-те следва да се разпростират върху голяма дължина. Когато добавим, че реалните черупки са натоварени с неравномерно разпределени или концентрирани товари, става съвсем трудно да се определи коя е най-неблагоприятната им форма [4].

Очевидно, GNIA или GMNIA са по-подходящи за анализ на вече построени черупки, при които несъвършенствата са еднозначно определени в процеса на тяхното производство. Използването им при нови, все още непостроени черупки, е свързано с голяма по обем, тежка и продължителна изчислителна работа. Редовите проектантите, които обичайно са силно притиснати от сроковете, и които не са добре запознати с изчислителни програми, позволяващи пълноценен GNIA или GMNIA анализ на черупки, се нуждаят от по-опростени процедури. Такава процедура, наречена LBA-MNA, която отговаря на изискванията на стандарт БДС EN 1993-1-6 [1] е описана детайлно от *Schmidt* и *Rotter* [5] в тяхна публикация от 2008 г. Накратко, процедурата може да бъде описана в следните стъпки:

- чрез програма за анализ на строителни конструкции се построява изчислителния модел на черупката. Тя е идеална, без въведени несъвършенства в нея и материалът ѝ е еластичен;

- в модела се въвежда товарът, който очакваме да предизвика натискови напрежения в черупката, респективно да доведе до загуба на устойчивост;

- активира се опцията Buckling Analysis на използваната програма и се извършва линейно-еластичен бифуркационен анализ (LBA). Чрез него се определя какъв е запасът от носеща способност на черупката, преди тя да загуби устойчивост;

- производението от въведения товар и запасът от носещата способност дава стойността на критичната сила, при която черупката ще загуби устойчивост в еластичен стадий. Тази критична сила се отбелязва с R_{cr} ;

- определя се носещата способност на черупката в пластичен стадий R_{pl} , получена след провеждане на анализ при нелинейно поведение на материала (MNA). Максималната стойност на напреженията е равна на границата на провлачане. При ососиметрични черупки, натоварени с равномерно разпределен товар, определянето на R_{pl} е елементарно и може да бъде извършено по формулите на Приложение А или В на стандарт БДС EN 1993-1-6 [1];

- определя се относителната стройност на черупката, по формулата:

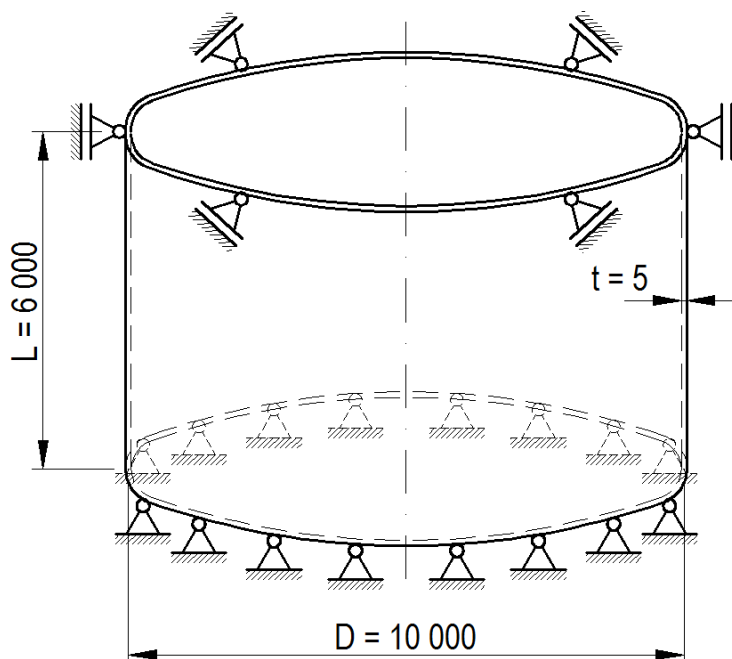
$$(1.1) \quad \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{R_{pl}}{R_{cr}}}$$

- след това се следват указанията на стандарт БДС EN 1993-1-6 за определяне на стойността на коефициента на загуба на устойчивост χ .

2. Приложимост на LBA - MNA методиката при използване на SAP 2000

За илюстрация на представените по-горе идеи, както и за оценка на приложимостта на метода при ползване на програмата SAP 2000, е решен пример с цилиндрична стоманена черупка. Нейните геометрични характеристики са показани на **Фиг. 1**. Черупката е изработена от стомана S235 и има следните опорни условия:

- долен ръб - ставно опиране, което при което няма възможност за меридианно и радиално преместване;
- горен ръб - поставен е корав опорен пръстен, който позволява завъртане и меридианно преместване. Няма възможност за радиално преместване.



Фиг. 1. Цилиндрична стоманена черупка. Размери и опорни условия

Кръговият цилиндър е натоварен с осови (меридианни) натискови усилия.

Целта на изследването е да се определят граничните стойности на нормалните меридианни напрежения, при които цилиндърът ще загуби устойчивост.

2.1 Аналитично (ръчно) решение, съгласно БДС EN 1993-1-6 [1]

Дължината на сегмент от цилиндричната черупка се характеризира с безразмерния параметър за дължина ω :

$$(2.1) \quad \omega = \frac{L}{R} \sqrt{\frac{R}{t}} = \frac{L}{\sqrt{R \cdot t}} = \frac{6000}{\sqrt{5000 \cdot 5}} = 37,947,$$

където:

$L = 6000$ mm е височината на цилиндричната черупка;

$R = 5000$ mm - радиусът на цилиндричната черупка;

$t = 5$ mm - дебелината на стената на цилиндъра.

$$(2.2) \quad 1,7 < \omega = 37,947 < 0,5 \cdot \frac{R}{t} = 500 \rightarrow \text{черупката е със средна дължина}$$

Критичното меридианно напрежение в еластичен стадий $\sigma_{x,Rcr}$ се определя по формулата:

$$(2.3) \quad \sigma_{x,Rcr} = 0,605 \cdot E \cdot C_x \cdot \frac{t}{R} = 0,605 \cdot 21000 \cdot 1 \cdot \frac{0,5}{500} = 12,705 \text{ kN/cm}^2,$$

където:

$E = 21\,000 \text{ kN/cm}^2$ е модулът на еластичността на стоманата;

C_x - коефициент, зависещ от дължината ω . При средни черупки, $C_x = 1$.

Характеристичните меридианни критични напрежения $\sigma_{x,Rk}$ се получават чрез умножаване на характеристичната граница на провлачане f_y с коефициента на изкълчване χ_x :

$$(2.4) \quad \sigma_{x,Rk} = \chi_x \cdot f_y = 0,055 \cdot 23,5 = 1,292 \text{ kN/cm}^2$$

Коефициентът на изкълчване χ_x се определя като функция на условната стройност на черупката $\bar{\lambda}_x$ по формулата:

$$(2.5) \quad \text{при } \bar{\lambda}_{xp} \leq \bar{\lambda}_x \rightarrow \chi_x = \frac{\alpha_x}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,1017}{1,36^2} = 0,055,$$

където:

$\bar{\lambda}_x$ е условната стройност на черупката в еластичен стадий;

$\bar{\lambda}_{xp}$ - условната стройност на черупката в пластичен стадий;

α_x - меридианният коефициент на несъвършенство в еластичен стадий.

$$(2.6) \quad \bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{23,5}{12,705}} = 1,36$$

$$(2.7) \quad \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_x}{1-\beta}} = \sqrt{\frac{0,1017}{1-0,60}} = 0,504,$$

в която:

$\beta = 0,60$ - коефициент на диапазона на пластичност;

$$(2.8) \quad \alpha_x = \frac{0,62}{1+1,91 \cdot \left(\frac{\Delta w_k}{t}\right)^{1,44}} = \frac{0,62}{1+1,91 \cdot \left(\frac{0,988}{0,5}\right)^{1,44}} = 0,1017,$$

в която:

Δw_k е амплитудата на характеристичното несъвършенство. Определя се по формулата:

$$(2.9) \quad \Delta w_k = \frac{1}{Q} \cdot \sqrt{R \cdot t} = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{500 \cdot 0,5} = 0,988,$$

където:

Q е параметър, които отчита качеството производство. $Q = 16$ при нормално качество.

Изчислителните меридианни критични напрежения $\sigma_{x,Rd}$ се получават от характеристичните чрез израза:

$$(2.10) \quad \sigma_{x,Rd} = \frac{\sigma_{x,Rk}}{\gamma_{M1}} = \frac{1,292}{1,1} = 1,175 \text{ kN/cm}^2,$$

където:

$\gamma_{M1} = 1,1$ е коефициент на сигурност при проверка за загуба на устойчивост.

2.2 Числено речение, с използване на МКЕ

Чрез програмен продукт SAP 2000 [6] е създаден пространствен изчислителен модел на идеална цилиндрична черупка. Размерите и дебелините на елементите, както и опорните условия са съгласно изчислителната схема, показана на **Фиг. 1**. Цилиндърът е разчленен на множество черупкови елементи, като вариациите по темата са показани в **Таблица 1**. Във всеки възел на горния пръстен са приложени осови натискови сили, всяка със стойност 1,0 kN. Тяхната сума дава резултантната осова натискова сила в цилиндъра. Активирана е опцията Buckling Analysis. Чрез тази опция е възможно да бъде определен запасът от носеща способност k на цилиндричната черупка преди тя да загуби устойчивост, частично или цялостно. Произведението от сумарната натискова сила и запасът от носеща способност k дава стойността на критичната сила R_{cr} , при която идеалната черупка ще загуби устойчивост в еластичен стадий.

От **Таблица 1** ясно се вижда, че при различно разчленяване на черупката се получават различни стойности на критичната сила R_{cr} . В общия случай, колкото елементите са по-малки, толкова по-точни резултати ще се получат.

Таблица 1. Резултати от численото решение

Членене на цилиндричната черупка		Натискова сила, kN	Коефициент за претоварване k	R_{cr} , kN
радиално	меридианно			
32	6	32	2420,04	77 441,3
60	10	60	579,18	34 750
180	30	180	185,37	33 366
360	36	360	56,029	20 170,4

Носещата способност на черупката R_{pl} на осов натиск, в пластичен стадий, се определя по формулата:

$$(2.11) \quad R_{pl} = A_{nc} \cdot f_y = 1570,8 \cdot 23,5 = 36913,8 \text{ kN},$$

където:

$A_{nc} = 1570,8 \text{ cm}^2$ е площта на напречното сечение на цилиндричната черупка;
 $f_y = 23,5 \text{ kN/cm}^2$ - характеристичната стойност на границата на провлачане на използваната стомана.

Общата условна стройност на черупката $\bar{\lambda}_x$ се изчислява чрез израза:

$$(2.12) \quad \bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{R_{pl}}{R_{cr}}} = \sqrt{\frac{36913,8}{20170,4}} = 1,353$$

$$(2.13) \quad \bar{\lambda}_x = 1,353 > \bar{\lambda}_{xp} = 0,504 \rightarrow$$

$$(3.14) \quad \rightarrow \chi_x = \frac{\alpha_x}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,1017}{1,353^2} = 0,0556$$

$$(2.15) \quad \sigma_{x,Rk} = \chi_x \cdot f_y = 0,0556 \cdot 23,5 = 1,306 \text{ kN/cm}^2$$

$$(2.16) \quad \sigma_{x,Rd} = \frac{\sigma_{x,Rk}}{\gamma_{M1}} = \frac{1,306}{1,1} = 1,187 \text{ kN/cm}^2.$$

Разликата с аналитичното решение е 1,04 %.

3. Изводи

Използването на опростената процедура LBA-MNA, предложена от *Schmidt* и *Rotter* [5], може успешно да отмени нуждата от прилагане на GNIA или GMNIA от редови проектанти при анализ на черупки. При LBA-MNA не са необходими скъпи специализирани програми, нито извънредно големи познания и умения при симулиране на изследваните обекти. Не на последно място следва да се отбележи и факта, че така се пести ценно проектантско време.

От направените няколко числени модела, които не беше възможно да бъдат показани поради ограничения обем на статията, е видно, че разликите между аналитичното и численото решение не са прекалено големи. А именно:

- цилиндър, подложен на натиск в меридианно направление - 1,04 %
- цилиндър, подложен на натиск в радиално направление - 28,56 %
- цилиндър, подложен на срязване - 11,47 % разлика.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] БДС EN 1993-1-6:2007, Проектиране на стоманени конструкции. Якост и устойчивост на черупкови конструкции.
- [2] Rotter, J.M., "Buckling of cylindrical shells under axial compression", in Buckling of Thin Metal Shells, eds J.G. Teng & J.M. Rotter, Spon, London, 2004, pp. 42-87.
- [3] Rotter J.M., "The Practical Design of Shell Structures Exploiting Different Methods of Analysis", in Shell Structures: Theory and Applications, Eds W. Pietraszkiewicz & C Szymczak, Taylor and Francis, London, 2005, pp. 71-86.
- [4] Rotter J.M., "Shell buckling design and assessment and the LBA-MNA methodology", Stahlbau, Vol. 80, No. 11, Nov. 2011, pp. 791-803.
- [5] Schmidt, H. and Rotter J.M., "Rules for the buckling limit state assessment using design by global numerical analysis" in Stability of Steel Shells: European Design Recommendations: Fifth Edition 2008, European Convention for Constructional Steelwork, Brussels, Oct. 2008, pp. 95-145.
- [6] SAP 2000 v.14.2. Structural analysis program. Computers and Structures, Inc., USA.